

Я.Г. Ключин

Электричество,
Гравитация,
Теплота –
Другой взгляд

издание второе,
исправленное, дополненное и переработанное

Санкт-Петербург 2015

ББК 22.336
УДК 537.8
К52

Клюшин Я.Г.

Электричество, гравитация, теплота – другой взгляд. 2-е изд., испра., доп. и перераб. – СПб: Международный клуб ученых, 2015. – 235 с.: ил.

ISBN 978-5-9906744-0-0

Книга посвящена ревизии основных взглядов современной физики. Она стала результатом 25 лет размышлений автора над этой проблемой. Автор дерзнул усомниться не только в СТО и ОТО, но и в основах квантовой механики.

Первая глава посвящена формулировке нового подхода к электродинамике. Предложены формулы для взаимодействия электрических зарядов, к которым пришли еще основоположники теории электричества, но которые, почему-то, не вошли в рассуждения современных теоретиков. Найдены так же соотношения, которые не рассматривались никогда ранее и требуют экспериментальной проверки. В главе, посвященной гравитации, сделана попытка реализовать давнюю мечту ученых – объединить электричество и гравитацию. О ее успешности судить читателю. Для нового понимания термодинамики существенной оказалась необходимость пересмотреть траекторное представление о движении и ввести понятие поверхностной скорости, избежав стохастических манипуляций. Подобный подход позволяет детерминистски описать квантово-механические эффекты, ввести четкое понятие энтропии, которое оказалось краеугольным камнем для формулы Планка.

Книга рассчитана как на внимание людей, просто интересующихся наукой, так и профессиональных инженеров и физиков. Для понимания материала требуется подготовка на уровне курса высшей математики.

Просьба, замечания и предложения сообщать по адресам:

klyushin@live.ru – Клюшин Ярослав Григорьевич;

yogurt@live.ru – Пестерев Егор Васильевич.

ББК 22.336
УДК 537.8

ISBN 978-5-9906744-0-0

© Клюшин Я.Г., 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

От автора	7
Глава 1. Электродинамика	11
§1. Предисловие	11
§2. Некоторые фундаментальные проблемы электродинамики	12
I. Исторический обзор электродинамических теорий	12
II. Что можно сделать?	24
III. Решение уравнений Максвелла.....	32
IV. Окончательное соотношение	33
V. Примеры.....	38
VI. Случай распределения заряда по бесконечно длинной проволоке.....	41
VII. Еще примеры	42
VIII. Заряженная плоскость	43
IX. Заряженная сфера	52
X. Энергия, импульс, момент силы	55
XI. Повторим кратко сказанное.....	57
§3. Механические размерности в электродинамике	58
I. Системы единиц	59
II. Механические системы единиц в электродинамике	60
III. Сравнение с энергетическим подходом	65
§4. Волновое решение обобщенных уравнений Максвелла и квантовая механика	67
I. Гравитационная модель электрона	67
II. Волновая форма обобщенных уравнений Максвелла	69
III. Фотон.....	72
IV. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух фотонов	77
V. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух электронов	81
VI. Повторим кратко сказанное.....	88
Глава 2. Гравидинамика	91
§5. Предисловие	91
§6. Некоторые следствия Максвелловского подхода к описанию гравитации	92
I. Вывод уравнений.....	93
II. Примеры гравитационного тока	96
III. Гравимагнитное поле	103

IV. Космические проявления гравимагнитного поля.....	105
V. Смещение перигелия, красное смещение, отклонение луча в гравимагнитном поле Солнца	108
VI. Аналогии с электромагнитным полем.....	114
VII. Краевая задача для потенциалов	115
VIII. Вращение по окружности. Зависимость от пространственных координат	118
IX. Вращение по окружности. Зависимость от времени	123
X. О связи гравитационного и электрического зарядов	126
§7. О связи электрического и гравитационного полей.....	128
I. Исторический обзор.....	128
II. О гравидинамическом поле.....	130
III. Повторим кратко сказанное	131
§8. О гравидинамической силе	132
I. Уравнения гравидинамического поля	132
II. Примеры	138
§9. Второе уравнение непрерывности.....	140
§10. О принципе логарифма.....	141
I. Обоснование гипотезы	142
II. Область научного и практического использования гипотезы	143
Глава 3. Термодинамика	147
§11. Предисловие.....	147
§12. Векторный угол	148
I. Необходимый математический аппарат.....	148
II. Векторный угол	149
III. Связь угловых скоростей в пространстве длин и пространстве углов	152
IV. Векторное произведение векторов из пространства длин и пространства углов.....	154
V. Примеры.....	156
§13. О Полевом взгляде на проблемы термодинамики.....	158
I. Используемый математический аппарат.....	158
II. Механические размерности для термодинамических величин.....	162
III. Термодинамическое поле.....	165
IV. Что такое энтропия?	167
V. Второе начало термодинамики	170
VI. Излучение абсолютно черного тела	174

VII. Парадокс Гиббса.....	177
§14. Циклы термодинамического поля	178
I. Введение	178
II. Полевые циклы	181
III. Сравнение с циклом Карно	185
IV. Повторим кратко сказанное.....	187
§15. Гидродинамическая модель движения электрона.....	187
I. Основное уравнение.....	187
II. Случай $1 - 2F/qc > 0$. Досветовое движение	190
III. Случай $1 - 2F/qc < 0$. Сверхсветовое движение	192
IV. Повторим кратко сказанное.....	194
§16. Структура элементарных частиц	194
I. О магнитном моменте электрона.....	194
II. Структура протона: экспериментальный подход.....	197
III. Неборовская модель атома водорода	199
IV. О гравитационных поясах в атомах	205
V. Конструкция нейтрона	210
§17. ${}^2\text{He}$ и второе начало термодинамики.....	215
I. Свойства идеального газа.....	215
II. Свойства жидкого ${}^2\text{He}$	219
III. Повторим кратко сказанное	220
§18. О структуре световой волны	221
I. Предварительные сведения	221
II. Кинематика световой волны	222
III. Повторим кратко сказанное	224
§19. Космический фон – это жидкая фаза эфира.....	224
I. Фазовые переходы эфира	225
II. Повторим кратко сказанное.....	227
Заключение.....	229
Характеристики эфира.....	231
Литература	233

*Памяти моего отца
профессора Ключина
Григория Васильевича,
давшего мне все.*

ОТ АВТОРА

Все науки условно можно разделить на науки «длинные» и науки «широкие». Примером науки длинной может служить математика: из небольшого числа исходных аксиом-предположений она строит длинные цепочки выводов. Примером науки широкой может служить история или экономика. В этих науках имеется значительное число фактов, часто неясно как связанных друг с другом, а из таких фактов торчат «свинные хвостики» выводов. По распространенному мнению физика – наука длинная: вон, сколько из нее следует. Однако при ближайшем рассмотрении приходишь к выводу, что современная физика как наука значительно ближе, например, к экономике, чем к математике. Многочисленность и смысловая расплывчивость, казалось бы, основных терминов, использование математики не для прояснения, а как раз для затемнения сути дела, доказательства методом «ссылки на авторитет», – все эти родимые пятна «широких наук» в не меньшей, а иногда и в большей степени характерны для физики. По глубокому убеждению автора современная физика переживает кризис, кризис значительно более глубокий, чем сто лет назад. Его условно можно назвать «кризисом удлинения». В этом смысле полезно посмотреть, как такие периоды переживали другие науки, и в первую очередь образец для других наук – математика.

Период последнего кризиса математики, можно считать, начался с момента осознания проблемы пятого постулата Евклида во второй половине XIX века и закончился в начале XX века формулировкой «аксиоматического метода» в математике. Что было осознано в ходе этого кризиса?

Во-первых, было осознано, что невозможно все определять через все. Приходится некоторые понятия отдать на откуп интуиции исследователя. Например, в математике не определяется понятие множества, но при этом имеется теория множеств. Однако таких, неопределенных понятий должно быть немного. В противном случае одни и те же утверждения разными людьми начинают пониматься по-разному. Далее, построение новой теории должно начинаться с формулировки аксиом. При этом аксиомы вовсе не обязаны быть «очевидными истинами». К совокупности этих предположений, конечно, предъявляются некоторые требования непротиворечивости, полноты и т. д. Но в остальном эти предположения могут быть совершенно произвольными.

Что из этого математического опыта может взять физика нынешнего тысячелетия? Ну, прежде всего необходимость существенного сокращения неопределяемых понятий. Сейчас таких понятий в физике десятки, если не сотни. Провозглашают закон сохранения энергии и не знают, что такое энергия, пишут монографии по теории поля и не знают, что такое поле. Называют уравнениями

все, где стоит знак равенства, хотя половина этих равенств – определения, и т. д. Характерный пример. Впервые об этом заговорил, по-видимому, Лагранж, что называется, ребром вопрос поставил Кирхгоф. В несколько вольном пересказе изложим соответствующие рассуждения Жюль Анри Пуанкаре в его лекциях по механике. [1].

Пуанкаре пишет примерно следующее. В каком случае соотношение $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ можно назвать законом? Только в том случае, если у нас есть три независимых определения: силы \mathbf{F} , массы m и ускорения \mathbf{a} . Только после этого некоторый умный человек, посидев под яблоней или под чинарой, может прибежать к нам и сказать: «Вот вы все думали, что эти вещи никак между собой не связаны, а я вам говорю, что здесь равенство, давайте проводить опыты». Но положение дел ведь совершенно не таково. С некоторой натяжкой можно сказать, что мы понимаем, что такое \mathbf{a} , если понимаем, что такое время и пространство и умеем считать производные. Далее Пуанкаре показывает, что все известные ему определения массы в том или ином смысле порочны. И уж совсем мы не понимаем, заканчивает он, что такое сила. Вывод: то, что мы называем вторым законом Ньютона, в лучшем случае – определение силы: если скорость движения массы m изменяется во времени вследствие внешних обстоятельств так, что эта масса испытывает ускорение \mathbf{a} , то мы говорим, что на массу m действует сила $m\mathbf{a}$.

Но полистаем учебник физики дальше. Вот эта же самая масса m находится в гравитационном поле потенциала Φ . Следует уже новое определение: на эту пробную массу действует сила $\mathbf{F} = m\nabla\Phi$. Технически эти определения совершенно различны. Если в первом случае сила определялась через изменения во времени, то здесь она определяется через изменения в пространстве. Но как это новое определение силы связано со старым? Эквивалентны ли они, или в чем-то разнятся? Ниже мы рассмотрим силу Лоренца и силу Вебера для электромагнитных явлений. При этом опять-таки никто не озабочен проблемой связи этих определений с упомянутыми выше.

Поэтому типичными для учебников физики стали пассажи такого типа. Долго говорится об электромагнитных силах, действующих на электрон, а потом вспоминается: да, но сила – ведь это производная по времени от импульса, давайте приравняем эти вещи. А почему это не градиент потенциала, и кто дал право приравнивать объекты разного происхождения? И кто сказал, что электрически заряженное тело реагирует на силу так же, как и электрически нейтральное? Как минимум это надо долго обосновывать. Поскольку из ложной посылки может следовать что угодно, иногда приходят и к правильным выводам.

Но вернемся к кризису физики. Что представляется первым и важнейшим шагом? Кодифицировать и свести к минимуму количество неопределяемых понятий. Может быть, ограничиться интуитивно ясными понятиями пространства, времени, массы и еще 3–4 понятиями. Здесь, конечно, будет сломано много копий, потому что, пожалуй, наибольший ущерб, который теория относительности нанесла физике – это привычка многих «по-свойски» обращаться с понятиями

пространства, времени, путать их с соответствующими понятиями в математике. Ведь для математика метрика, топология – это просто удобный способ построения его логических конструкций, никакого физического содержания он в эти понятия не вкладывает. Тогда как физическое пространство, в котором мы живем, хотя, по-видимому, и может быть наделено некоторыми свойствами математической метрики, ни с каким логическим определением не связано. Это нечто, данное нам от Господа, мы просто наделены некоторым инстинктом ориентирования в нем, а этот инстинкт говорит нам, что время и пространственная координата никак не могут быть приравнены. Время – это скорее шампур, на который нанизывается «мясо» пространственных координат. Поэтому мы постоянно рассматриваем пространственные координаты как функции времени и никогда наоборот. Это означает, что если мы пользуемся Эйлеровыми координатами, мы всюду обязаны вычислять полную производную по времени. Ее конвективная часть опишет нам связь пространства и времени. А в такой связи обычно и заключена суть проблемы.

Именно в этом пункте, по-видимому, и споткнулась сегодняшняя официальная физика. Ведь если бы нашелся неленивый человек, который бы электродинамику переписал в Лагранжевых координатах, сходу бы развалилось надуманное четырехмерие Миньковского, а с криком этого петуха сгнуло бы и чудище релятивизма. Между тем уже находятся любители рассматривать физическое пространство как общее и даже расслоенное топологическое.

Итак, первая задача – выделить и договориться об интуитивном смысле фундаментальных понятий в физике. Вторым шагом стала бы формулировка основных аксиом. Требований к математическим аксиомам для физических аксиом, конечно, мало. Мы должны потребовать, чтобы выводы из этих аксиом подтверждались опытом. Вопрос о том, какой опыт надо признавать корректным, а главное, как его интерпретировать, конечно, требует еще долгих дискуссий и выяснений.

Здесь только отметим, что возможность для теории объяснить опыт еще ни в коей мере не может служить причиной для провозглашения теории правильной. 2000 лет экспериментально подтверждалась Птолемеяевская теория движения планет и Аристотелева вера, что движение с постоянной скоростью должно поддерживаться некоторыми посторонними воздействиями. Однако ныне мы отказались от этого. Почти сто лет многие экспериментальные факты рассматривались как подтверждение теории относительности, тогда как ныне они находят свое объяснение в рамках альтернативных теорий, объясняющих одновременно десятки других фактов, которые не могут быть объяснены в рамках теории относительности и до последнего времени или же объяснялись *ad hoc*, или же вообще никак не объяснялись. Между тем, мы постоянно наблюдаем, как односторонние теории, объяснившие десяток экспериментальных фактов, объявляются вечной истиной и подавляют альтернативные точки зрения. Так что проблема теоретической физики не в количестве экспериментов (их часто бывает вполне достаточно), а в естественном и внятном их объяснении. Думается, что англий-

ский корень в физике, провозглашающий примат эксперимента, слишком превалирует в современной науке и подавляет корень французский, требующий прозрачной логики и элегантности построений в теории. Физике будущего, по-видимому, предстоит как-то гармонизировать эти начала.

Так как же должны выглядеть физические аксиомы? Такими аксиомами, по-видимому, должны стать уравнения фундаментальных полей. Такая традиция в физике уже, конечно, есть. Но теоремы, т. е. следствия из этих уравнений, строятся в настоящее время совершенно неудовлетворительно, с использованием совершенно невнятных и заранее не определяемых понятий. Поэтому представляется, что развитие физики в ближайшие годы должно выглядеть следующим образом. Выписываются уравнения фундаментальных полей. Например, электромагнитного, гравитационного и термодинамического. Просматриваются все экспериментальные факты, которые могут быть объяснены как следствия этих уравнений. Выясняется, почему некоторые факты не удается понять как следствия этих уравнений. После этого или же обобщаются исходные уравнения или же вводятся новые аксиомы-уравнения.

ГЛАВА 1. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

§ 1. ПРЕДИСЛОВИЕ

Электричество и все, что с ним связано, занимает первое место в современной физике и по объему исследований, и по строгости рассуждений, и по точности подтверждающих экспериментов. Тем огорчительнее выглядит следующее.

Эксперименты Г.В. Николаева [53], Graneau [54] и многих других показывают, что значительная часть электродинамических эффектов не покрывается современной теорией. Но такие эксперименты не только не проверяются, но сегодня с порога отвергаются академической наукой. Речь идет не только о работах инженеров в последнее время, но и об экспериментах, которые легли в основу теории электричества и были проведены отцами электродинамики: Ампером, Гауссом, Вебером. Эти эксперименты, по-видимому, стали жертвой споров между сторонниками дальнего действия и ближнего действия. Победа полевого взгляда на мир принесла не только успех в некоторых направлениях физики, но и забвение многих важных результатов наших научных дедов. Ведь для решения конкретных задач нужны именно формулы для силы взаимодействия зарядов. Поэтому 90% пользы от уравнений Максвелла теряется, если для вычисления силы взаимодействия между зарядами используется формула силы Лоренца. Теряется потому, что существует эквивалентная ей дальнедействующая формула Грассмана, для которой не надо искать решений уравнений Максвелла, а надо просто характеристики движения зарядов поставить в эту формулу. Еще Максвелл отмечал, что формула Грассмана является частью формулы Ампера. Сама же формула Ампера является просто одним из слагаемых в формуле для сил в обобщенной электродинамике, основы которой будут рассмотрены ниже.

Второй проблемой современной электродинамики, как впрочем, и термодинамики, и гравитации является отсутствие естественной формульной связи с другими разделами физики и прежде всего с «матерью всех наук» классической механикой. Причина проста – эти разделы используют различные языки при описании сходных, а, как часто выясняется, и просто идентичных задач. Введение единого языка для всех разделов физики существенно бы облегчило перетекание успешных методов работы из одного раздела физики в другой, прояснило бы физический смысл изучаемых задач. Использование механических размерностей для электродинамических и термодинамических величин существенно облегчило автору работу и понимание физического смысла всех проблем. Уверен, что читатель, который не поленится переформулировать свои исследования в механических размерностях, испытает это же чувство «работы с просветленной оптикой». Поэтому, может быть, было бы полезным начать чтение этого раздела даже не с обобщенных уравнений Максвелла, а с механических размерностей в электродинамике (§3).

Отметим в заключение одно отличие второго издания от первого: рассмот-

рение всех моделей элементарных частиц перенесено из электродинамической главы в главу термодинамическую. Причина проста: чем дальше, тем более ясно становится, что природа атомных и ядерных процессов значительно более «термическая», чем электрическая.

§ 2. НЕКОТОРЫЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

1. Исторический обзор электродинамических теорий

Электродинамика справедливо считается образцом для других разделов физики, как в отношении ее логических основ, так и в отношении ее экспериментальной проверки. Горят лампочки в домах, работают электростанции, мы общаемся по интернету. Чего бы казалось еще?

Однако при ближайшем рассмотрении выясняется, что все гладко только для отдельных частных случаев вроде параллельных проводов с током. И уже нынешнее объяснение индукции вызывает ряд возражений, о которых мы здесь только упомянем. Многие, если не все, проблемы электродинамики порождены тем, что в современном виде теория сформировалась в результате выдвигания иногда весьма различных подходов к явлениям. Подходов, которые впоследствии силовым образом подгонялись друг к другу. Логические же пробелы заполнялись искусственными, иногда очевидным образом несимметричными определениями. Отметим здесь основные этапы формирования взглядов на электродинамику, излагаемых в настоящее время в университетских курсах.

Наблюдаемое с древних времен притягивание наэлектризованных предметов оформилось в математически строгое определение в виде закона Кулона: сила взаимодействия двух электрических зарядов q_1 и q_2

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.1.1)$$

Давайте задумаемся в это соотношение. Что оно нам говорит? Во-первых, сила \mathbf{F}_{21} – вектор, и соотношение (2.1.1) указывает направление этой силы: сила радиальна и направлена вдоль радиуса от заряда 2 к заряду 1. Об этом говорит ее пропорциональность радиус-вектору \mathbf{r}_{21} от заряда 2 к заряду 1. В знаменателе дроби стоит величина r , модуль радиус-вектора \mathbf{r}_{21} . Мы в дальнейшем будем пользоваться трехмерной прямоугольной декартовой системой координат, точки которой будем обозначать через $x(x_1, x_2, x_3)$, а время через t . Ось этой системы будем обозначать через $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Здесь x_i – проекции этой точки на оси координат. Так вот в прямоугольной трехмерной декартовой системе координат,

$$\mathbf{r}_{21} = ((x_1^1 - x_1^2), (x_2^1 - x_2^2), (x_3^1 - x_3^2)), \quad (2.1.2)$$

$$r = \sqrt{(x_1^1 - x_1^2)^2 + (x_2^1 - x_2^2)^2 + (x_3^1 - x_3^2)^2}. \quad (2.1.3)$$

Верхними индексами здесь обозначены номера зарядов. Так что, например, $(x_1^1 - x_1^2)$, обозначает расстояние между первым и вторым зарядом по оси x_1 . При этом предполагается, что размер самих зарядов пренебрежимо мал по сравнению с r . Если не оговорено противное, всюду ниже мы будем это предполагать. В (2.1.1) в числителе дроби стоит сам радиус-вектор, в знаменателе – куб его величины. Значит, величина силы убывает как квадрат расстояния. Кроме расстояния в соотношении (2.1.1) фигурируют еще некоторые величины: заряды q_1 и q_2 . Современные учебники рассматривают электрический заряд как некую первоначальную сущность. В §3 мы вернемся к вопросу о физическом смысле заряда, здесь же сохраним эту традиционную точку зрения, отметив только, что в системе СИ, в которой мы будем работать, единицей заряда принято считать Кулон. И уже на этом этапе мы сталкиваемся с некоторой проблемой корректных определений.

Естественным был бы, по-видимому, следующий подход. Мы, конечно, не понимаем точного смысла термина заряд, но мы уверены, что существуют частицы, содержащие минимальное количество этого свойства. Тогда за единицу заряда можно было бы принять заряд электрона или протона или же некоторое количество таких зарядов. Например, $6.25 \times 10^{18} e$, где e – заряд электрона. В некотором смысле так и поступают. Но не определяют единицу заряда, которая в системе СИ равна выписанному количеству элементарных зарядов и называется Кулон, а определяют вначале скорость изменения заряда, кулон в секунду. Эту величину называют Ампер и определяют ее как силу неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу, равную 2×10^{-7} ньютона на каждый метр.

Что здесь интересно для нашего разговора? А то, что и единицу заряда, и силу тока стремятся определить через силу, а не наоборот: такому-то количеству покоящихся или движущихся зарядов соответствует такая-то сила. Такие «силовые определения» представляются, конечно, исторически естественными. Ведь еще недавно все электрические приборы, измеряющие электродинамические величины, измеряли на самом деле силу или момент силы. Но прежде, чем перейти к разговору об основных этапах развития понятий электродинамики, отметим, что в формуле (2.1.1) имеется еще одна величина ϵ_0 . Это постоянная, ее обычно называют электрической постоянной.

Она характеризует взаимодействие зарядов в вакууме. Ее определяют из эксперимента:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \times 10^9} \frac{\text{К}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}. \quad (2.1.4)$$

Эта константа показывает, что сила взаимодействующих зарядов не просто равна, а только пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорцио-

нальна квадрату расстояния. Эта константа появляется только в системе единиц СИ. В системе CGSE ее считают равной единице, соответственно изменяя величину и размерность электрического заряда. Хотя это иногда удобно при расчетах, мы увидим, что это сильно затемняет физический смысл электродинамических соотношений, тогда как ϵ_0 имеет глубокое механическое содержание (см. §3).

Итак, к середине 40-ых годов XIX века физика знала 2 фундаментальных закона: закон всемирного тяготения и закон Кулона. Оба они предсказывали появление радиальной силы взаимодействия между двумя зарядами, силы, величина которой спадает, как квадрат расстояния. В 1846 году Вильгельм Вебер предложил обобщение закона Кулона на случай движущихся зарядов, когда пассивный заряд имеет единичную величину. Величина пассивного заряда была взята Вебером единичной, судя по всему, просто для удобства. Однако, как мы увидим, в дальнейшем это, в общем, несущественное упрощение стало фундаментом для определенной идеологии, вошедшей в современные учебники физики. Оно фактически дало основу упрощенному пониманию электрического поля как силы, действующей на пробный заряд. Но все по порядку.

Формула Вебера для случая двух зарядов имеет вид

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\epsilon_0 r^3} - \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{8\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{q_1 q_2 \mathbf{r}_{21}}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right). \quad (2.1.5)$$

Отметим следующее.

1. Сила (2.1.5) радиальна. Психологически это понятно, т. к. к моменту ее написания все известные фундаментальные силы были радиальны. В настоящее время многие считают, что радиальность сил есть условие выполнения третьего закона Ньютона. Это не так. Мы вернемся к этому вопросу в разделе 10.

2. Сила, дополнительная к кулоновой, зависит от относительных скоростей и ускорений зарядов, т. е. формула (2.1.5) предсказывает наличие дополнительной к кулоновой силы, даже если один из зарядов покоится.

3. Формула (2.1.5) удовлетворяет третьему закону Ньютона: сила, с которой заряд 2 действует на заряд 1, равна по величине и противоположна по направлению силе, с которой заряд 1 действует на заряд 2. При этом обе силы направлены вдоль одной прямой.

4. Формула (2.1.5) говорит о взаимодействии зарядов, ничего не говоря о механизме передачи такого взаимодействия через пространство.

5. Последнее обстоятельство сильно смущало физиков середины прошлого века, т. к. в механике – царице тогдашней науки, взаимодействие носило «контактный характер».

Впрочем, это обстоятельство продолжает смущать ученых и до сих пор.

Для преодоления трудностей дальнего действия в 1782 году Лаплас предложил отказаться от явной формулы для сил дальнего действия в законе Всемирного тяготения и заменить ее на дифференциальное уравнение для некоторой вели-

чины, названной полем. При таком подходе можно считать, что дифференциальное уравнение описывает взаимодействие между соседними элементами поля. Введение этого поля подменяет задачу о «дальнодействии» между реальными зарядами задачей о «близкодействующем» взаимодействии между соседними областями пространства, залитого некоторым искусственно придуманным полем. Лапласу мы обязаны идеей введения уравнений для поля, уравнений, которые действуют всюду вне тех точек, в которых, сосредоточены сами заряды.

Применяя идею о поле к задачам электродинамики и обобщая в полевых терминах результаты экспериментов в первую очередь Фарадея, Максвелл предложил свою знаменитую систему уравнений для электромагнитного поля. Их мы сейчас и выпишем. Выпишем в интерпретации Хевисайда, которая стала общепринятой в XX веке.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2.1.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1.8)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.1.9)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{B} – поля, названные электрическим и магнитным, ρ – плотность электрических зарядов, $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$ – плотность электрического тока, т. е. движение со скоростью \mathbf{v} зарядов плотности ρ , ε_0 – электрическая постоянная.

В чем, однако, физический смысл полей \mathbf{E} и \mathbf{B} ?

Обычно ответ на этот вопрос получают интегрированием по объему шара радиуса r в соотношении (2.1.6) при условии, что (2.1.7) имеет вид

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad (2.1.7a)$$

Проведя это интегрирование, получим, что

$$\mathbf{E} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \mathbf{r}, \quad (2.1.10)$$

где q_2 – количество заряда в объеме интегрирования, а \mathbf{r} – радиус-вектор от заряда 2 в точку наблюдения. Заметим все же, что, получив векторную функцию (2.1.10) из скалярного соотношения (2.1.6), мы совершаем математический подлог, строго логически нам этого не получить. В учебниках к этому приходят, приговаривая «всякие физические слова». Не имея ввиду специально останавливаться на надежности таких «приговариваний», предложим любознательному читателю посчитать дивергенцию функции (2.1.10). Дорогой читатель, получил ли ты ноль? Но вернемся к изложению нынешних взглядов на физику.

Соотношение (2.1.10), конечно, очень похоже на закон Кулона (2.1.1), просто в законе Кулона в точке наблюдения находится заряд q_1 . Мы получим силу из соотношения (2.1.10), если домножим его на заряд q_1 , т. е. $\mathbf{E}q_1$ есть сила, с которой в статическом случае заряд 2 действует на статический заряд 1. Однако в уравнениях (2.1.6)–(2.1.9) еще имеется магнитное поле \mathbf{B} , которое тоже должно как-то влиять на пробный заряд q_1 . По-видимому, Хевисайду первому пришла в голову формула, названная впоследствии формулой Лоренца. Эта формула для силы

$$\mathbf{F}_{21} = q_1 \mathbf{E}_2 + (q_1 \mathbf{v}_1 \times \mathbf{B}_2), \quad (2.1.11)$$

с которой движущийся заряд q_2 действует на движущийся заряд q_1 . Здесь пробный, пассивный заряд q_1 фигурирует в явном виде, действие же заряда q_2 упрятано в поля \mathbf{E}_2 и \mathbf{B}_2 , которые он создает. Как же выглядят эти поля? Чтобы ответить на этот вопрос нам надо решить уравнения (2.1.6)–(2.1.9) для q_2 и подставить эти решения в (2.1.11). Но в общем случае решений уравнений Максвелла мы не знаем. Их удастся найти в некоторых частных случаях.

Одним из таких случаев является случай длинного пучка движущихся электронов. Для этого случая магнитное поле

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mathbf{I}_2 \times \mathbf{r}_{21}}{2\pi\epsilon_0 c^2 r^2}, \quad (2.1.12)$$

где \mathbf{I}_2 – ток, т. е. количество зарядов, проходящее через поперечное сечение пучка в секунду, а c – скорость света. Выражение (2.1.12) можно преобразовать, используя в явном виде скорость зарядов в пучке \mathbf{v}_2 . Тогда

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\lambda_2 (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_{21})}{2\pi\epsilon_0 c^2 r^2}, \quad (2.1.13)$$

где λ_2 – линейная плотность зарядов в пучке. (2.1.11) для рассматриваемого случая приобретает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21} &= \frac{q_1 \lambda_2 \mathbf{r}_{21}}{2\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{q_1 \lambda_2}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} [\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_2 \times \mathbf{r}_{21})] = \\ &= \frac{q_1 \lambda_2 \mathbf{r}_{21}}{2\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{q_1 \lambda_2}{2\pi\epsilon_0 c^2 r^2} [\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)]. \end{aligned} \quad (2.1.14)$$

Сравним это выражение с силой Вебера (2.1.5).

1. Сила (2.1.14) имеет не только радиальную, но вообще говоря, нерадиальную компоненту $\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)$.

2. Сила, дополнительная к кулоновой, зависит от произведения абсолютных скоростей зарядов. Поэтому, если один из зарядов покоится, вся дополнительная сила становится равной нулю.

3. Формула (2.1.14) не удовлетворяет третьему закону Ньютона. Если, например, $\mathbf{r}_{21} \parallel \mathbf{v}_1$, $\mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{v}_2$, т. е. $\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \neq 0$, $\mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, то, поменяв местами индексы и получив выражение для силы противодействия, имеем:

$\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{12} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $\mathbf{r}_{12}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, т. е. в этом случае заряд 2 будет действовать на заряд 1, тогда как заряд 1 на заряд 2 нет.

4. В формуле (2.1.11) механизм взаимодействия зарядов объясняется тем, что заряд q_2 создает в окружающем пространстве поля \mathbf{E}_2 и \mathbf{B}_2 . При этом \mathbf{E}_2 действует на «статическую часть пробного заряда», а \mathbf{B}_2 – на компоненту, зависящую от скорости. Заметим, что при этом пробный заряд q_1 как бы лишен своего поля. Внешние поля действуют непосредственно на него. Однако уже в формуле (2.1.14), которая эквивалентна (2.1.11), это «близкодействие» пропадает. Так что встает вопрос: а не порождены ли наши вопросы о далеко- и близкодействии просто нашей ложной интуицией? Имеют ли они смысл?

5. Формула (2.1.14) не предсказывает появления силы за счет ускорений зарядов, тогда как силы (2.1.5) от ускорений зарядов зависят.

Наконец, подчеркнем еще раз, что смысл формулы (2.1.4) состоит в том, чтобы по известным полям, созданным зарядом q_2 и известным характеристикам пробного заряда q_1 определить силу их взаимодействия.

Однако трудности нахождения решений уравнений Максвелла привели к тому, что в стандартных университетских учебниках ситуацию обращают. Приведем характерное рассуждение Э. Парселла ([4], стр. 182) в Берклеевском курсе физики. Выписав наше равенство (2.1.11), Парселл продолжает: «... мы считаем формулу (2.1.11) определением электрического и магнитного полей в этой точке пространства». Другими словами, предлагается не силу взаимодействия определять через поля, что было заложено в первоначальной идее формулы, а, считая формулу универсальной, определять поля по замеренной силе. Однако такая попытка встречается с рядом трудностей. Укажем некоторые из них.

В одном соотношении (2.1.11) фигурирует вообще говоря 4 неизвестных переменных. Во-первых, величина и скорость пробного заряда. Из этой трудности находят выход, предполагая заряд единичным, а его скорость известной. Во-вторых, неизвестны поля \mathbf{E}_2 и \mathbf{B}_2 , созданные зарядом q_2 .

Парселл пишет: «Мы доказали, что сила, действующая на пробный заряд, совершенно не зависит от его скорости, если остальные заряды неподвижны. Это значит, что уравнение (2.1.11) справедливо всюду при $\mathbf{B}_2 = 0$ ». Но даже если принять это доказательство, что совсем неочевидно, т. к. оно содержит ряд весьма неестественных предположений, так вот, даже если принять это доказательство, в том-то и дело, что равенство (2.1.11) должно иметь место и в том случае, когда $\mathbf{B}_2 \neq 0$. Ведь тогда и \mathbf{E}_2 меняется. Тогда как для справедливости первого слагаемого неподвижность заряда q_2 , т. е. условие $\mathbf{B}_2 = 0$, является необходимым условием по мысли самого Парселла. Но, пожалуй, самое главное во всем этом, так это то, что формула (2.1.11) не универсальна. Поэтому, определяя поля с ее помощью, мы теряем ряд важных частных случаев, заложенных в уравнениях Максвелла.

На практике все это приводит к тому, что \mathbf{E}_2 понимается как поле статического заряда q_2 , т. е. рассматривается частный случай (2.1.7а), а не общий случай (2.1.7). Или то же самое по-другому: из выражения для \mathbf{E}_2 исключается роторная

и сохраняется только дивергентная составляющая. И как нам тогда понимать электрическое поле фотона, который вообще не заряжен?

Таким образом, формула Лоренца не может заменить нам уравнений Максвелла, а асимметричные определения, предлагаемые в учебниках, описать электрическое и магнитное поля, которые мы должны были бы получить как решения системы уравнений Максвелла. Поэтому часто стремятся получить представление о силе, манипулируя непосредственно с системой уравнений (2.1.6)–(2.1.9), в частности, интегрируя их по объему и поверхностям, содержащим этот объем.

Однако давайте задумаемся в математический смысл системы (2.1.6)–(2.1.9). Если это уравнения, то относительно чего? Обычно считается, что плотность зарядов и токов известна. Поэтому ответ вроде бы однозначный: это система уравнений относительно \mathbf{E} и \mathbf{B} . Эти два вектора являются неизвестными. Но для отыскания двух вектор-функций необходимо и достаточно иметь два векторных уравнения (2.1.7) и (2.1.9). А в системе (2.1.6)–(2.1.9) имеется еще два скалярных уравнения. Так что, значит система переопределена?

Как ни странно, единственная монография, в которой я нашел озадаченность этим фактом – это монография Л.И. Седова [5] по механике сплошной среды. В остальных известных мне книгах, включая математические, затрагивающие этот вопрос, такой странный факт никого не удивляет. Забегая вперед скажем, что при корректном обобщении системы (2.1.6)–(2.1.9) становится совершенно ясно, что уравнениями, т. е. равенствами, справедливыми только при некоторых значениях неизвестных, являются только векторные соотношения (2.1.7) и (2.1.9).

Относительно же равенств (2.1.6), (2.1.8), по-видимому, возможны две точки зрения.

Первая состоит в том, что они задают начальные данные в том или ином смысле. В §3 будет показано, что электрические величины имеют механические размерности. Так что (2.1.6) характеризует распределение электрического заряда в начальный момент. Равенство (2.1.8) просто отражает предположение об отсутствии магнитных зарядов. В следующем разделе этого параграфа мы вернемся к этому вопросу.

Вторая точка зрения исходит из теоремы Гельмгольца о том, что всякое «разумное» поле состоит из суммы дивергентной и роторной частей. Так что можно считать, что соотношения (2.1.6), (2.1.8) задают дивергентную часть решения, а (2.1.7), (2.1.9) – роторную. Эта последняя точка зрения представляется и более общей и более естественной. Более общей, потому что она указывает на одну ограниченность современного подхода: равенство (2.1.6) предполагает неизменность распределения электрического заряда во времени, его статичность.

Поэтому мы и можем получить закон Кулона из (2.1.6). Но система (2.1.6)–(2.1.9) в принципе не способна описать поле, создаваемое, например, пульсирующим зарядом. Реализацией динамического подхода была бы замена равенства

(2.1.6) на уравнение, в котором правая часть (заряд) зависит от времени. В рамках настоящего исследования мы ограничимся первой точкой зрения.

Приведем для справок несколько других формул для электромагнитной силы, предложенных в разное время учеными, имена которых закономерно связывают со становлением электродинамики как науки. Все эти формулы определяют силу взаимодействия между токовыми элементами. Чтобы облегчить сравнение этих формул с предлагаемыми в параграфах ниже, запишем их в терминах отдельных зарядов, а не токовых элементов, используя обозначения раздела 2.

Формула Неймана [10]

$$\mathbf{F}_{21} = + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2). \quad (2.1.14a)$$

Формула Грассмана [11]

$$\mathbf{F}_{21} = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \left[\mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) \right]. \quad (2.1.14б)$$

Формула Ампера [12]

$$\mathbf{F}_{21} = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^5} \left[3(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - 2(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) r^2 \right] \mathbf{r}_{21}. \quad (2.1.14в)$$

Формула Уиттакера [13]

$$\mathbf{F}_{21} = - \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \left[\mathbf{v}_1 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) + \mathbf{v}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) - \mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) \right]. \quad (2.1.14г)$$

Однако вернемся к тому, каким образом и для объяснения каких явлений используется система (2.1.6)–(2.1.9). Прежде всего, уравнение (2.1.7) используется для объяснения индукции. При этом используют обычно интегральную форму

$$\int_L \mathbf{E} dl = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B} ds. \quad (2.1.7б)$$

Здесь L – некоторый контур, а S – произвольная поверхность, натянутая на L .

К сожалению, нам придется остановиться и на математической стороне таких интегральных преобразований. Чтобы не перегружать наш разговор отвлекающими деталями, не будем приводить соответствующих формул для пространственных интегралов, их можно найти в любых учебниках по математическому анализу и физике. Остановимся только на вещах, которые обычно остаются за кадром. Дело в том, что при эквивалентных преобразованиях мы, вообще говоря, не имеем права дифференцировать или интегрировать уравнения.

Например, уравнение $2x + 1 = 0$ является производной от уравнения $x^2 + x + 5 = 0$. Однако мало кто осмелится сказать, что эти уравнения эквивалентны.

Функциональные уравнения мы имеем право дифференцировать или интегрировать только после того, как подставили в них решение, т. е., обратили их в тождество. Поэтому для перехода от (2.1.6) к (2.1.10) нам не нужны никаких дополнительных предположений: это краевое условие, т. е. уже тождество. А вот для перехода от (2.1.7) к (2.1.7б) нам нужно предположить, что мы уже имеем тождество, т. е. что в (2.1.7б) фигурируют уже решения системы (2.1.6)–(2.1.9).

Все это говорится для того, чтобы подчеркнуть, что \mathbf{E} и \mathbf{B} в (2.1.7б) – некоторые конкретные функции, определяемые данной плотностью зарядов и данной плотностью тока \mathbf{j} . То, как на такие поля реагируют другие заряды и другие поля, должно определяться специальной формулой, например, формулой Лоренца или формулой Вебера. Как мы увидим, обе эти формулы недостаточно универсальны, и требуется их обобщить, но в принципе они играют именно эту роль правила, по которому взаимодействуют поля, порожденные двумя различными распределениями зарядов. Однако ввиду того, что эти формулы не охватывают некоторых практически важных случаев, возникла идея использовать тождество (2.1.7б) для нахождения силы взаимодействия между двумя различными распределениями зарядов, так называемое правило потока.

Само это правило описано во всех учебниках физики, мы не будем тратить на него время. Отметим только, что оно, судя по всему, возникло при попытке описания токов, появляющихся в проводящей рамке в случае, когда рамка движется в постоянном магнитном поле или же покоится в переменном. При этом левая часть равенства (2.1.7б) считается относящейся к зарядам в рамке, а правая часть – к внешним зарядам, создающим внешнее магнитное поле. Повторим еще раз: *такое разделение полей противоречит смыслу равенства (2.1.7б), которое просто говорит о тождестве циркуляции электрического поля и производной от потока магнитного поля, созданных одним и тем же распределением зарядов.*

Но если сила при движении рамки в постоянном магнитном поле хорошо описывалась формулой Лоренца (2.1.11), то при описании силы, действующей на покоящуюся рамку в переменном магнитном поле, соотношение (2.1.11) уже не работало, тогда как равенство (2.1.7б) давало нужный результат при упомянутом выше перепрыгивании через логические барьеры. Экспериментальный факт объяснялся, но чувство неудовлетворенности у вдумчивого исследователя оставалось.

Приведем характерное рассуждение Р. Фейнмана ([6], стр. 53): «Две возможности – „контур движется” или „поле меняется” – неразличимы в формулировке правила. Тем не менее, для объяснения правила в этих двух случаях мы пользовались двумя совершенно разными законами: $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ для „движущегося контура” и $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ для „меняющегося поля”. Мы не знаем в физике ни одного другого такого примера, когда бы простой и точный общий закон требовал для своего настоящего понимания анализа в терминах двух разных явлений. Обычно столь красивое обобщение оказывается исходящим из единого глубокого основополагающего принципа. Но в этом случае какого-либо особо глубокого

принципа не видно. Мы должны воспринимать правило как совместный эффект двух совершенно различных явлений».

Да, явления действительно совершенно различны, тем более, что, например, криволинейный интеграл от электрического поля даже не имеет размерности силы. Почему, однако, соотношение (2.1.7б) так удачно заполняет «пробелы» формулы Лоренца (2.1.11)? Как мы увидим ниже, потому что обобщенная формула для силы взаимодействия двух зарядов в случае меняющихся полей приводит к соотношению, очень похожему на (2.1.7), но только для двух различных распределений зарядов.

Не имея цели специально говорить о векторе Пойнтинга, упомянем о нем, как о примере в некотором смысле симметричной логической ошибки. При выводе формулы для вектора Пойнтинга используется формула Лоренца ([6], стр. 289), которая, как мы уже говорили, трактует вопрос о взаимодействии полей, порожденных двумя различными распределениями зарядов. При выводе же самой формулы эти поля отождествляются. Поэтому использование вектора Пойнтинга и приводит во многих случаях к весьма странным выводам.

Вектор Пойнтинга был выведен для описания вектора плотности потока энергии электромагнитной волны. И там он работает вполне удовлетворительно, потому что связывает электрическое и магнитное поле одного и того же фотона. Конечно, он применим и к полям, созданным отдельным зарядом или совокупностью зарядов. Но он не применим к описанию взаимодействия полей, созданных различными зарядами. Такому описанию будет посвящен раздел 2 и оно, повторимся еще раз, требует отдельной аксиоматики. Поэтому странными кажутся огорчения специалистов, когда они удивляются, что вектор Пойнтинга не описывает, например, статический случай. Он и не может этого описать, потому что умножать кулоново поле нужно не на стороннее магнитное поле, а на поле, созданное тем же зарядом, что создал статическое поле. А оно, понятно, равно нулю. Создать же его может только убежденный релятивист, например, побегав вокруг статического заряда. Однако добиться ненулевого значения для вектора Пойнтинга статического заряда даже такие камлания, боюсь, не смогут. Поэтому неправ Фейнман, когда приходит к выводу ([6], стр. 289), что для проводника с током вектор Пойнтинга направлен извне в провод и предсказывает приток энергии в провод от далеких электронов. А ошибка в том, что при вычислении вектора Пойнтинга он использует электрическое поле, толкающее электроны по проводнику. Но это – внешнее поле, которое не должно входить в выражение для вектора Пойнтинга. В соответствующее произведение должно входить поле самих электронов. В данном случае это поле Кулона, направленное вдоль радиуса от проводника. Поскольку магнитное поле этих электронов действительно направлено по касательной к окружностям, то получаем, что вектор Пойнтинга в данном случае направлен вдоль проводника, как и подсказывает Фейнману его интуиция.

Остановимся еще на одном вопросе в теории запаздывающих потенциалов. Теория запаздывающих потенциалов стремится учесть то факт, что световому

сигналу требуется некоторое время, чтобы дойти от источника до приемника. В случае быстроменяющихся процессов это, конечно, может оказаться полезным, но в большинстве практических задач это совершенно несущественно.

С физической точки зрения странным представляется тот факт, что такой учет «дает эффект» и в тех случаях, когда он вроде бы, не должен проявляться. Покажем, что причина этого лежит в том, что представление о запаздывании является просто поводом для учета конвективной части полной производной по времени.

Попробуем понять, почему это происходит на примере учебника Фейнмана [6]. Фейнман рассматривает скорость изменения дипольного момента $\dot{\mathbf{p}}$ не в текущий момент t , а в предшествующий момент $(t - r/c)$, где r – расстояние от источника, а c – скорость света. Ему далее надо найти частную производную от $\dot{\mathbf{p}}(t - r/c)$ по пространственной координате y . Вот что он получает:

$$\frac{\partial}{\partial y} \dot{\mathbf{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) = -\frac{y}{cr} \ddot{\mathbf{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right), \quad (2.1.15)$$

где $\ddot{\mathbf{p}}$ – производная от $\dot{\mathbf{p}}$ по времени. Подчеркнем, что вычисляет он частную производную по пространственной координате, а получает частную производную по времени. Но ведь при вычислении частной производной по y все остальные координаты должны быть фиксированы.

Зафиксируем момент времени t_0 , координаты x_0 и z_0 , тогда частной производной по y от $\dot{\mathbf{p}}$ будет предел отношения

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\dot{\mathbf{p}}(t_0 - \sqrt{x_0^2 + (y + \Delta y)^2 + z_0^2}/c) - \dot{\mathbf{p}}(t_0 - \sqrt{x_0^2 + y^2 + z_0^2}/c)}{\Delta y}. \quad (2.1.16)$$

Так что частной производной по времени в (2.1.15) вроде бы неоткуда взяться. Ответ содержится в симметрии аргумента $(t - r/c)$. Частная производная

$$\frac{\partial}{\partial t} \dot{\mathbf{p}}\left(t - \frac{r}{c}\right) = \frac{\partial \dot{\mathbf{p}}(t - r/c)}{\partial(t - r/c)}, \quad (2.1.17)$$

т. е. совпадает с производной по $(t - r/c)$. В то же время и

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial(r/c)} = -\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}(t - r/c)}{\partial(t - r/c)}. \quad (2.1.18)$$

Так что

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}}{\partial y} = -\frac{\partial \dot{\mathbf{p}}(t - r/c)}{\partial(t - r/c)} \cdot \frac{y}{rc} = -\frac{\partial}{\partial t} \dot{\mathbf{p}}(t - r/c) \cdot \frac{y}{rc}. \quad (2.1.19)$$

Частная производная по времени от $\dot{\mathbf{p}}$, полученная нами как один из сомножителей в результате дифференцирования по пространственным координатам. Она входит в конвективную части полной производной по времени в силу сим-

метричной зависимости $\dot{\mathbf{r}}$ от t и r/c .

Поэтому дальнейшие формулы, полученные Фейнманом, в некоторых случаях очень хорошо совпадают с утверждениями в наших следующих разделах, в которых упор делается на роли конвективной части полной производной по времени в общем случае, т. е. без предположения о запаздывании.

Теперь о частной производной по времени в формуле (2.1.7б).

В ней написана частная производная, потому что так требуется согласно принятым ныне воззрениям, которые мы здесь воспроизводим. При реальном же выводе на самом деле приходится писать производную полную. Мудрый Фейнман выходит из этого затруднения очень просто: кое-где пишет полную, а кое-где частную производную, ничего не поясняя и предоставляя читателю самому додумываться: то ли это опечатка наборщика, а то ли ошибка автора.

Прямолинейный Парселл в своем учебнике [4] делает это более откровенно. Вначале он приходит к своей формуле (29) на стр. 233, которая совпадает с нашей формулой (2.1.7б), но вместо частной производной по времени у него фигурирует полная. Далее он пишет дословно следующее: «Так как \mathbf{V} может зависеть от положения и от времени, то мы напишем $\partial\mathbf{V}/\partial t$ вместо $d\mathbf{V}/dt$ ». И все, никаких пояснений больше. Казалось бы наоборот, ведь буквально несколькими строками раньше человек выписывает различные комбинации частных производных по пространственным координатам. Здесь же он предлагает исключить из рассмотрения все эти координаты и оставить только время, которое в предыдущем анализе даже не фигурировало явно, и именно на том основании, что зависимость от координат имеется. К сожалению, это типично: желание подогнать рассуждение под известный заранее ответ, заставляет насиловать логику не только студентов.

Заканчивая эту историческую часть, следует несколько слов сказать о теории относительности, поскольку в настоящее время она господствует в физике, и обсуждаемые нами результаты будут сравниваться с ее предсказаниями. Не будем здесь излагать все довольно невнятные и порой парадоксальные соображения, лежащие в основе этой теории.

Я решусь просто высказать свою глубокую убежденность в том, что «король гол» и отметить, что ряд весьма серьезных ученых США, России и других стран указывают на логическую противоречивость этой теории и нарушение фундаментальных законов сохранения в ней. Отметим, что прямые эксперименты по проверке главных предположений теории: сокращении временных и пространственных отрезков в направлении движения, дали отрицательные результаты [7], [8]. Но, конечно, теория относительности не могла бы существовать так долго, если бы некоторые вещи не прогнозировались ей хотя бы приблизительно правильно. Здесь, пожалуй, следует напомнить, что Птолемеявская астрономия, основанная на идее о семи хрустальных небесных сферах, просуществовала почти два тысячелетия (и известно с каким трудом, неохотой и жертвами она отмирала), конечно же, потому, что многое она прогнозировала правильно. Действительно, уже сказали свое слово Коперник и Галилей, уже были известны три

закона Кеплера, а большинство астрономов еще считали по Птолемею. И получали, кстати говоря, лучшие результаты, чем у Кеплера.

Подведем итог исторического обзора.

1. Исторически предлагались и оправдывались в эксперименте существенно не совпадающие друг с другом формулы для электродинамических сил. Выше приводились формулы для силы, предложенные в разное время Ампером, Грасманом, Уиттакером и др. Их обзор можно найти в статье Маринова ([9], стр. 186). Так может быть общая формула для сил будет их объединением в том или ином смысле?

2. Логически неоправданна силовая интерпретация уравнений Максвелла. Поэтому повисают полевые объяснения индукции, повисает «правило потока», само определение поля. По-видимому, поля должны использоваться в формуле для силы, а уже из формулы для силы будут следовать известные факты.

II. Что можно сделать?

В этом разделе предложим один подход, который, на взгляд автора, преодолевает недостатки современной электродинамики, отмеченные в историческом обзоре.

Электрические заряды q_1, q_2 для определенности, если не оговорено противное, будем считать равномерно распределенными в шаре радиуса r_0 . Пусть $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ – скорости и ускорения этих зарядов, $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$ – напряженности электрических и магнитных полей, порождаемые этими зарядами в окружающем пространстве. Двойной индекс снизу будет означать напряженность поля, создаваемого зарядом, номер которого стоит первым, в местонахождении заряда, номер которого стоит вторым. Например, \mathbf{E}_{21} означает напряженность электрического поля, созданного вторым зарядом в местонахождении первого. Пусть \mathbf{r}_{21} – радиус-вектор от заряда 2 к заряду 1, r – его модуль, $r \gg r_0$.

Выше был упомянут аксиоматический принцип современной математики: формулировать исходные общие предположения, а затем выводить из них следствия–теоремы. Мы будем в своих рассуждениях стремиться придерживаться этого принципа, распространив его на физику с дополнительным требованием того, чтобы следствия – выводы из наших аксиом–предположений не противоречили экспериментальным фактам.

Предположение 1.

Обобщенная формула Лоренца. Со стороны заряда 2 на заряд 1 действует сила:

$$\mathbf{F}_{21} = -\nabla \left[4\pi\epsilon_0 cr^3 (\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21}) \right] + \frac{d}{dt} \left[4\pi\epsilon_0 cr^3 (\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21}) \right]. \quad (2.2.1)$$

Здесь, как и всюду ниже, $c = c_0[\mathbf{i} \times \mathbf{j}] \cdot \mathbf{k}$, где c_0 – скорость света. Эту величину будем называть псевдоскалярной скоростью света.

Предположение о псевдоскалярности скорости света, ничего не меняя в ныне общепринятых взглядах в электродинамике, добавляют к ним представле-

ние о вращающейся компоненте фотона. Мы вернемся к этой проблеме чуть ниже.

В современной физике используются два представления о силе: идущее от Ньютона и Декарта представление как о производной от импульса и идущее от Гюйгенса и Лейбница представление как о градиенте энергии. В настоящее время считается, что эти определения эквивалентны. И это действительно так, если иметь в виду движение отдельного тела постоянной массы, как это было, например, в обсуждавшемся выше примере со вторым законом Ньютона. Мы пришли тогда к заключению, что это не может быть законом, а скорее определением силы. Теперь мы вынуждены заявить, что такое определение силы неудовлетворительно по ряду причин.

Одна из них следующая: само понятие силы включает в себя идею взаимодействия как минимум между двумя объектами. Мы не сможем описать столкновение двух автомобилей, ограничившись характеристиками движения одного из них. Поэтому определения силы в статическом законе гравитации, где взаимодействуют две массы, или же в законе Кулона, где взаимодействуют два заряда, мы должны расценить как естественные и понятные. По этой же причине определение силы с помощью второго закона Ньютона мы должны признать неудовлетворительным. Возможно, сам Ньютон это чувствовал, и поэтому добавил ко второму закону третий, включающий два объекта. В разделе 10 этого параграфа мы вернемся к этому вопросу. Это требование уже учтено в определении (2.2.1).

Смысл формулы (2.2.1) следующий. Каждый из зарядов движется в окружающем пространстве, создавая поля. Каждое из этих полей зависит от величины заряда, его скорости и радиус-вектора. Аналитический вид этих полей, как мы считаем, может быть получен в виде решений некоторой системы уравнений (например, системы Максвелла). Мы конструируем энергию и импульс взаимодействия в виде некоторой комбинации полей, порожденных движением каждого из зарядов. Такая комбинация зависит уже от величин двух зарядов, от скоростей этих зарядов и расстояния между ними.

Градиент энергии взаимодействия дает нам силу взаимодействия по Гюйгенсу, а полная производная по времени от импульса взаимодействия – силу взаимодействия по Ньютону, уже включающую в себя его третий закон. Последнее утверждение более подробно разбирается в разделе 10.

Однако силы Гюйгенса и Ньютона, полученные таким образом, оказываются не совпадающими и описывают два разных типа взаимодействия между зарядами.

Формула (2.2.1) объединяет эти два подхода. Скалярное произведение магнитного поля первого (пассивного) заряда и электрического поля второго (активного) заряда определяет плотность энергии взаимодействия. Она фигурирует под знаком градиента в (2.2.1). Векторное произведение магнитных полей, порожденных движением первого и второго зарядов, задают импульс взаимодействия, вид которого выписан в квадратных скобках под знаком полной произ-

водной по времени.

Отметим, что поменяв заряды ролями (пассивный становится активным, а активный – пассивным), мы получим ту же силу, но с обратным знаком, т. е. формула (2.2.1) описывает действие и равное ему по модулю противодействие.

Чтобы реализовать предложенный подход, нам нужна некоторая система уравнений, из которой мы бы смогли получить аналитический вид полей для подстановки в формулу для силы (2.2.1). В традиционной электродинамике такой системой является система Максвелла. Нам ее, однако, придется модифицировать, чтобы согласовать с формулой (2.2.1).

Предположение 2.

Обобщенные уравнения Максвелла. Электрический заряд q , распределенный в пространстве с плотностью ρ , порождает напряженности электрического и магнитного полей, являющиеся решением следующей системы уравнений:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad (2.2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (2.2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = -\frac{\rho}{c\varepsilon_0}, \quad (2.2.4)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt}. \quad (2.2.5)$$

Пояснение этих уравнений начнем с (2.2.5).

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.2.6)$$

Будем в дальнейшем считать, что скорость не зависит от пространственных координат, а является функцией только времени. Первое слагаемое справа в (2.2.6) обобщает понятие тока в классической теории и сводится к нему, если \mathbf{E} удовлетворяет некоторым дополнительным требованиям. Действительно, с учетом (2.2.2)

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{E} = \mathbf{v}(\nabla \cdot \mathbf{E}) + \nabla \times (\mathbf{E} \times \mathbf{v}) = \frac{\mathbf{j}}{\varepsilon_0} + \nabla \times (\mathbf{E} \times \mathbf{v}), \quad (2.2.6a)$$

где \mathbf{j} – плотность тока, $\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}$.

Таким образом, правая часть равенства (2.2.5) помимо классических содержит некоторое роторное слагаемое, проявляющееся, например, в создании силовых линий, не охватывающих токов или циркуляции магнитного поля у незаряженного фотона.

Соотношение (2.2.4) означает, что в уравнениях (2.2.2)–(2.2.5) обобщается

понятие магнитного поля. Магнитное поле \mathbf{B} , являющееся решением уравнений (2.2.3)–(2.2.5), имеет не только роторную, но и дивергентную составляющую.

Дивергентную составляющую поля \mathbf{B} создает псевдоскалярный электрический заряд (электрический заряд в классическом смысле, деленный на псевдоскалярную скорость света). При этом \mathbf{B} оказывается псевдовектором, как и в классической теории.

Правая часть равенства (2.2.4) должна быть псевдоскаляром по чисто математическим соображениям. Но каков физический смысл у этого требования?

В §3 будет показано, что диэлектрическая постоянная ϵ_0 имеет смысл массовой плотности, а магнитная постоянная μ_0 – сжимаемости свободного эфира. Будем говорить поэтому не только о скорости света, но обо всем множителе $1/\epsilon_0 c$, т. е. об импедансе свободного эфира. Из соотношения $c^2 = 1/\epsilon_0 \mu_0$ мы вместо $1/\epsilon_0 c$ можем написать $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$. Так что дивергенция магнитного поля прямо пропорциональна импедансу свободного эфира, в отличие от дивергенции электрического поля, которая обратно пропорциональна ϵ_0 и не зависит от μ_0 . Псевдоскалярность коэффициента $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ означает, что, извлекая корень, мы должны в правой части равенства (2.2.4) выбирать знак минус, если пользуемся правой тройкой координат, и знак плюс в противном случае.

Правую часть равенства (2.2.4) можно рассматривать просто как «другую ипостась электрического заряда» и не вводить новых понятий. При желании, однако, ее можно понимать и как «магнитный заряд». Но, введенный таким образом, он не совпадает с «монополюмом Дирака». Укажем некоторые из отличий.

1. Введенный «магнитный заряд» – псевдоскаляр, т. е. его знак меняется при переходе от правой тройки координат к левой.

2. Он в c раз меньше электрического заряда, тем самым его размерность отличается от размерности электрического заряда на размерность скорости.

3. Наконец, из формулы (2.2.1) следует, что между двумя статическими «магнитными зарядами» отсутствует взаимодействие, т. е. для них отсутствует сила, аналогичная кулоновской.

Дело в том, что второе слагаемое в формуле (2.2.1), отвечающее за взаимодействие магнитных полей, равно нулю, если ни одно из магнитных полей не изменяется во времени (закон сохранения импульса). Хотелось бы подчеркнуть этот пункт, потому что «традиционный физический менталитет» не различает поле и силу, и повторить, пожалуй, главную мысль предлагаемого подхода: уравнения Максвелла сами по себе еще не определяют взаимодействие полей и зарядов. Такое взаимодействие описывается дополнительной формулой.

Расписывая полную производную от \mathbf{B} по t , получим:

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (2.2.7)$$

Таким образом, соотношение (2.2.3), в отличие от классического, включает в себя конвективную производную от \mathbf{B} , задаваемую движением электрических

(а, следовательно, и магнитных) зарядов со скоростью \mathbf{v} . Заметим, что именно с таким движением классическая теория связывает появление магнитного поля, однако не включает это порождающее движение зарядов в уравнение (2.2.3). Уравнение (2.2.2) совпадает с классическим.

\mathbf{E} и \mathbf{B} в уравнениях (2.2.2)–(2.2.5) можно определить и через потенциалы. Пусть \mathbf{A} – векторный, а φ – скалярный потенциалы электрического поля, удовлетворяющие уравнениям:

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{A}}{dt^2} = \mathbf{0}, \quad (2.2.8)$$

$$\nabla \cdot \nabla \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}. \quad (2.2.9)$$

Примем следующие соотношения калибровки:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{d\varphi}{dt} = 0. \quad (2.2.10)$$

(2.2.10) означает, что \mathbf{A} является ротором некоторой функции, а φ не зависит от времени. Если φ представить себе как плотность некоторой «электрической жидкости», и \mathbf{A} при этом определяет скорость движения этой жидкости, то первое из соотношений (2.2.10) оказывается уравнением непрерывности для φ , а второе – условием несжимаемости для φ .

Если теперь положим

$$\mathbf{B} = +\frac{\nabla \varphi}{c} + \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2.2.11)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi - \frac{d\mathbf{A}}{dt}, \quad (2.2.12)$$

то уравнения (2.2.8)–(2.2.10) перейдут в уравнения (2.2.2)–(2.2.5).

Теперь нам придется заняться вопросом, которому современная физика придает большое значение: об инвариантности системы (2.2.2)–(2.2.5) относительно преобразований Галилея и Лоренца.

Преобразования Галилея выглядят следующим образом

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{u}t, \quad t' = t, \quad (2.2.13)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор из начала координат в точку наблюдения, t – время, \mathbf{r}' и t' – радиус-вектор и время наблюдения той же точки, однако в системе, сдвинутой из первоначального состояния за счет движения со скоростью \mathbf{u} .

За счет чего такой сдвиг может произойти? Типичным случаем в гидродинамике является случай движения среды: раньше мы наблюдали частичку воды в озере (в неподвижной среде), а теперь стремимся получить ту же картину в ре-

ке, где вода движется со скоростью \mathbf{u} . Мы можем наблюдать не за водой, а например, за песчинками, которые эта вода несет. Тогда \mathbf{u} будет скоростью относительно берега песчинок в воде, а не скоростью течения воды.

Как гидродинамика учитывает эти вещи? Когда описание движения происходит в эйлеровых координатах, что имеет место и в электродинамике, вместо частной производной по времени вычисляют полную производную, вид которой дается равенством (2.2.6). Скорости \mathbf{v} здесь мы приписали смысл скорости зарядов в неподвижной среде. А что, если движется и сама среда со скоростью \mathbf{u} ? Тогда заряд будет двигаться со скоростью $\mathbf{v} + \mathbf{u}$.

Приблизительно лет за 10 до того, как Лоренц предложил свои преобразования в электродинамике, Фогт [17] предложил математически те же самые преобразования в гидродинамике.

Вернемся к описанию движения воды в реке. Вместо того, чтобы вычислять полную производную по времени, Фогт предлагает перейти к новой системе отсчета, связанной не с берегом, а с течением воды в реке. Действительно, если мы будем делать замеры с плота, движущегося со скоростью воды в реке, мы можем ограничиться только частной производной. Понятно, что сказанное в той же степени относится и к движению песчинок: в воде озера у них будет скорость \mathbf{v} относительно воды и берега, а в реке скорость $\mathbf{v} + \mathbf{u}$ относительно берега и \mathbf{v} относительно воды.

Но что будет видеть наблюдатель на берегу? А то, что так подробно комментируется в учебниках физики, когда речь идет о преобразованиях Лоренца: ему будет казаться, что размеры предметов в движущейся системе координат сжимаются в направлении движения, а время замедляется. Конечно, ни одному гидродинамику в трезвом уме и твердой памяти не придет в голову, что люди, сидящие на плоту, похудели, а момент их смерти отодвинулся только потому, что они движутся мимо него. Ясно, что это «математический мираж».

Сторонникам релятивизма, однако, такая идея не только не кажется безумной, но они объявляют безумными тех, кто с ней не согласен. Спаси, Господи, их разум.

Поэтому вернемся к уравнениям электродинамики. Система (2.1.6)–(2.1.9) относительно преобразований Галилея (2.2.13) не инвариантна. Все известные автору учебники физики этот факт декларируют, но, ни один не поясняет его. Поэтому скажем несколько поясняющих слов.

Во времена Максвелла магнитное поле связывали только с движением электрических зарядов, которое вводили «руками» в правую часть равенства (2.1.9). Максвеллу понадобился «парадокс конденсатора», чтобы тоже «руками» ввести ток смещения, т. е. частную производную по времени от электрического поля. Это означает, что Максвелл не отдавал себе отчет в том, что понятие электрического тока входит в понятие конвективной производной, хотя, о чем уже упоминалось, в соответствующих построениях своего трактата (п. 595) использовал именно полную производную по времени.

В уравнении же (2.1.7) никакого тока вообще не вводилось, поскольку чего-

то, что можно было истолковать как магнитный заряд, в экспериментах того времени не наблюдалось. Существование таких зарядов вообще отрицалось, что и нашло отражение в соотношениях (2.1.7) и (2.1.8). Неудачная попытка Дирака ввести такие заряды похоронила эту идею.

Подводя итог, можно сказать, что Максвелл вывел свои уравнения для неподвижного эфира, введя в них электрические токи «силовым образом». Поэтому, когда были проведены эксперименты, которые можно было истолковать как движение эфира, встал вопрос об обобщении уравнений Максвелла. Впервые об этом задумался Герц, введя в уравнения полную производную вместо частной. Заметим, что необходимость полной производной он ассоциировал только с движением эфира. Поэтому ему пришлось предполагать некоторые свойства эфира. В частности, он предполагал, что любое движение эфира должно приводить к электродинамическим явлениям, ведь тогда эфир связывали только с электродинамикой и даже называли его «светоносным»: средой, в которой распространяется свет. Только теперь мы начинаем понимать, что эфир определяет большинство грави- и термодинамических явлений также.

Этой идее, однако, не повезло. Вскоре после ранней смерти Герца Эйхенвальд [18], [19], [20] поставил опыт, который, как он считал, показал, что эфир не движется, из чего он сделал вывод в пользу теории неподвижного эфира Лоренца. К самим опытам Эйхенвальда мы вернемся в разделе 8, здесь же только отметим, что те соображения, которые мы выскажем там, по-видимому, мог бы высказать и сам Герц, но ранняя смерть помешала ему оправдаться, и повторим уже сказанное выше: полные производные полезны нам не только как способ описания движущегося эфира, они нам нужны, потому что естественно вводят в рассмотрение ток проводимости и новый вихревой ток, существующий и в неподвижном эфире. Также мы увидим, что вихревой ток дает нам возможность объяснить многие ошибки и нелогичности современной электродинамики.

Но, так или иначе, идея о полных производных в уравнениях Максвелла была похоронена и восторжествовал релятивистский подход. Выражаясь гидродинамически, вместо конвективной части полной производной движение частиц в среде и самой среды стали учитывать методом Фогта: переходом к движущейся системе координат. Сказанное дает нам возможность перейти к математической стороне дела. Сделаем это, следуя Фипсу [16].

Система (2.1.6)–(2.1.9) не инвариантна по Галилею потому, что частная производная по времени в соотношении (2.2.13) не сохраняет \mathbf{r} и \mathbf{r}' , но сохраняет скорость \mathbf{u} . Поэтому для движущейся среды невозможно добиться равенства в соотношениях (2.1.7) и (2.1.9), и требуется применять метод Фогта-Лоренца, который и дает нужный результат, так сказать, «доставая левое ухо правой рукой».

Покажем, что система (2.2.2)–(2.2.5) инвариантна по Галилею. Прежде всего, чтобы не забыть, отметим, что система (2.2.2)–(2.2.5) нелинейна, так что для нее, вообще говоря, не выполняется принцип суперпозиции. Однако мы не будем углубляться в этот вопрос, отложив его до отдельного разговора.

Перейдем к математическим выкладкам.

Электрическое и магнитное поля

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(x_1, x_2, x_3, t) \quad (2.2.14)$$

и

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(x_1, x_2, x_3, t) \quad (2.2.15)$$

являются функциями пространственных координат и времени.

Посмотрим, как связаны штрихованная и нештрихованная системы, если выполняется соотношение (2.2.13). Мы хотим показать, что

$$\nabla' = \nabla, \quad \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla). \quad (2.2.16)$$

Действительно, по правилу вычисления полной производной имеем

$$\frac{d}{dx_1} = \frac{dx'_1}{dx_1} \frac{d}{dx'_1} + \frac{dx'_2}{dx_1} \frac{d}{dx'_2} + \frac{dx'_3}{dx_1} \frac{d}{dx'_3} + \frac{dt'}{dx_1} \frac{d}{dt'} = \frac{d}{dx'_1}. \quad (2.2.16a)$$

Повторяя процедуру для остальных координат, получим

$$\nabla' = \nabla, \quad (2.2.17)$$

если выполняется (2.2.13).

Аналогично поскольку $x'_1 = x_1 - u_{x_1} t$, $\frac{\partial x'_1}{\partial t} = -u_{x_1}$ и т. д., получим

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} - (\mathbf{u} \cdot \nabla') = \frac{\partial}{\partial t'} - (\mathbf{u} \cdot \nabla). \quad (2.2.18)$$

Традиционная система Максвелла (2.1.6)–(2.1.9) не инвариантна по Галилею потому, что дополнительное слагаемое $(\mathbf{u} \cdot \nabla)$ появляется в правой части равенства (2.1.7), когда мы переходим к другой инерциальной системе, движущейся со скоростью \mathbf{u} относительно исходной, и это слагаемое не компенсируется в левой части (2.1.7). В современной физике проблему решили с помощью преобразований Лоренца (Фогта).

Однако в системе (2.2.2)–(2.2.5) эта проблема решается автоматически: слагаемое $-(\mathbf{u} \cdot \nabla)$ взаимно уничтожается со слагаемым $+(\mathbf{u} \cdot \nabla)$, появляющимся в конвективной части полной производной по времени

$$\frac{d\mathbf{E}}{dt} = ((\mathbf{u} + \mathbf{v}) \cdot \nabla) \mathbf{E} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.2.19)$$

Слагаемые за счет движения среды взаимно уничтожились, а скорость зарядов \mathbf{v} относительно покоящейся среды сохранилась.

III. Решение уравнений Максвелла

В предлагаемой формализации уравнения (2.2.2)–(2.2.5) задают в дифференциальной форме напряженности полей \mathbf{E} и \mathbf{B} , порождаемые движущимся зарядом. Именно эти поля нам требуются, чтобы воспользоваться формулой (2.2.1).

С математической точки зрения система уравнений (2.2.2)–(2.2.5) распадается на две группы: уравнения (2.2.3) и (2.2.5) задают поля \mathbf{E} и \mathbf{B} , являющиеся их решениями; уравнения же (2.2.2) и (2.2.4) определяют начальные условия. Полученные из этих равенств функции \mathbf{E} и \mathbf{B} определяют статическую часть напряженности полного поля, динамическая часть которого задается уравнением (2.2.3) и (2.2.5).

Отметим следующее: из уравнений (2.2.2) и (2.2.5) следует, что если \mathbf{v} не зависит от пространственных координат, то

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\rho = 0. \quad (2.3.1)$$

Это соотношение можно истолковать как усиленный закон сохранения заряда: заряд не только сохраняется, но и ведет себя как несжимаемая жидкость. Рассмотрим случай, когда ρ не зависит явно от t , т. е. когда

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0. \quad (2.3.2)$$

Тогда из (2.3.1) в силу произвольности \mathbf{v} получим:

$$\nabla\rho = 0. \quad (2.3.3)$$

Заряды, равномерно распределенные в шаре радиуса $r_0 \ll r$, очевидно удовлетворяют требованиям (2.3.2) и (2.3.3). Относительно \mathbf{v} будем предполагать, что она не зависит явно от пространственных координат и является функцией только времени t :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t). \quad (2.3.4)$$

При условиях (2.3.1)–(2.3.4) можно указать одно частное решение системы (2.2.2)–(2.2.5):

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \left[-\frac{(\mathbf{r} \times \mathbf{v})}{c} + \mathbf{r} \right], \quad (2.3.5)$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0 c} \left[\frac{(\mathbf{r} \times \mathbf{v})}{c} + \mathbf{r} \right], \quad (2.3.6)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор от заряда в точку наблюдения. Прямой подстановкой про-

верим, что (2.3.5) и (2.3.6) действительно являются решениями модифицированных уравнений Максвелла (2.2.2)–(2.2.5):

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\nabla \rho}{3\epsilon_0} \left[-\frac{(\mathbf{r} \times \mathbf{v})}{c} + \mathbf{r} \right] + \frac{\rho}{3c\epsilon_0} \nabla \cdot \left[-\frac{(\mathbf{r} \times \mathbf{v})}{c} + \mathbf{r} \right] = \frac{\rho}{\epsilon_0}.$$

Аналогично, $\nabla \cdot \mathbf{B} = -\rho/\epsilon_0 c$.

Вычислим теперь левые и правые части равенства (2.2.3).

$$\epsilon_0 \frac{d\mathbf{B}}{dt} = -\frac{1}{3} \frac{d\rho}{dt} \left[\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{c^2} + \frac{\mathbf{r}}{c} \right] - \frac{\rho}{3c} \left[\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{v}}{c} + \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{a}}{c} + \mathbf{v} \right] = -\frac{\rho}{3c} \left[\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{a}}{c} + \mathbf{v} \right].$$

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда первое слагаемое справа после последнего знака равенства равно нулю, т. е. мы считаем, что или радиус-вектор параллелен ускорению \mathbf{a} , или же \mathbf{a} равно нулю, т. е. скорость постоянна. Окончательно получаем

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = -\frac{\rho \mathbf{v}}{3c\epsilon_0}.$$

С другой стороны,

$$\epsilon_0 \nabla \times \mathbf{E} = \frac{1}{2} \left\{ \nabla \frac{\rho}{3} \times \left[-\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{v}}{c} + \mathbf{r} \right] + \frac{\rho}{3c} \left[-(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{r} + (\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{v} - (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{r} + (\nabla \cdot \mathbf{r}) \mathbf{v} \right] \right\} = +\frac{\rho \mathbf{v}}{3c}.$$

Аналогично проверяется равенство (2.2.5).

Здесь мы приняли определение вихря как одной второй соответствующих комбинаций производных. Такое определение дано в Математической энциклопедии [22]. Если же исходить из тоже часто используемого определения без одной второй, то при векторных произведениях в функциях (2.3.5) и (2.3.6) появится коэффициент $1/2$.

IV. Окончательное соотношение

Выпишем теперь в явном виде слагаемые, входящие в формулу (2.2.1):

$$1. \mathbf{B}_{12} = -\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{12} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{12} \right] = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21} \right];$$

$$2. \mathbf{E}_{21} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[-\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right].$$

Найдем градиент скалярного произведения этих полей, беря соответствующие производные по координатам пассивного поля 1.

$$3. \mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21} = -\frac{q_1 q_2}{16\pi^2 \epsilon_0^2 r^6 c} \left[\frac{(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)}{c^2} - r^2 \right] r;$$

$$4. -\nabla \left[4\pi\epsilon_0 r^3 c (\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21}) \right] =$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[\mathbf{r}_{21} - \frac{3\mathbf{r}_{21} \left((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \right)}{r^2 c^2} + \frac{\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1)}{c^2} \right].$$

Найдем теперь второе слагаемое в (2.2.1)

$$5. \mathbf{B}_{21} = -\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right];$$

$$6. \mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21} \right];$$

$$7. 4\pi\epsilon_0 r^3 c (\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21}) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c} \left[\frac{(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1)}{c^2} + \mathbf{r}_{21} \times \frac{\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{c} \right].$$

Производные от радиус-вектора

$$\frac{d\mathbf{r}_{21}}{dt} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2, \quad \frac{d^2\mathbf{r}_{21}}{dt^2} = \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2.$$

Если время запаздывания сигнала несущественно по условиям задачи, то производные вычисляются в один и тот же момент времени t . Если же это существенно, то скорость и ускорение активного заряда вычисляется в предшествующий момент времени $\tau = t - r/c_0$.

Второе слагаемое в (2.2.1) будет выглядеть следующим образом:

$$8. \frac{d}{dt} \left[4\pi\epsilon_0 r^3 c (\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21}) \right] =$$

$$= \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \cdot \left\{ \left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) \right] - \right.$$

$$- \frac{3\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r^2} \left[\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) \right] + \mathbf{r}_{21} \times \left[\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) \right] +$$

$$+ \frac{(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) \times \left[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \right]}{c} +$$

$$+ \frac{\left[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{a}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{a}_2) \right]}{c} -$$

$$\left. - \frac{3\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \left[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \right]}{r^2 c} \right\}.$$

Окончательно получим: сила, с которой второй заряд действует на первый, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{21} = & \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \cdot \left\{ \mathbf{v}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) + \mathbf{v}_2 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) - \right. \\
 & \left. - \frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2} ((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)) \right] + [(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))] - \\
 & - \frac{3\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r^2} [\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))] + \\
 & + [\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2))] + \frac{(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) \times [(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)]}{c} + \\
 & + \frac{[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{a}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{a}_2)]}{c} - \\
 & \left. - \frac{3\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) [(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)]}{r^2 c} \right\}. \tag{2.4.1}
 \end{aligned}$$

Расписывая двойные векторные произведения, получим другое выражение для этой же силы:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{21} = & \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \cdot \\
 & \cdot \left\{ \left[2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) - \frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2} ((\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2)) \right] + \right. \\
 & + \left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 - (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) \right] - \\
 & - \frac{3\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r^2} [\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) - (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)r^2] + \\
 & + \left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)) - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)r^2 \right] + \frac{(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2))}{c} + \\
 & \left. + \frac{\mathbf{r}_{21}[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)\mathbf{a}_1 - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1)\mathbf{a}_2]}{c} + \frac{3\mathbf{r}_{21}[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)][\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2)]}{r^2 c} \right\}. \tag{2.4.2}
 \end{aligned}$$

Выведем еще один вид формулы (2.4.2), введя явным образом углы между векторами. Пусть

- θ_1 – угол между \mathbf{r}_{21} и \mathbf{v}_1 ;
- θ_2 – угол между \mathbf{r}_{21} и \mathbf{v}_2 ;
- θ_3 – угол между \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 ;
- θ_4 – угол между \mathbf{r}_{21} и $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$;
- θ_5 – угол между \mathbf{r}_{21} и $(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)$;
- θ_6 – угол между \mathbf{r}_{21} и $(\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2)$;
- θ_7 – угол между $(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)$ и \mathbf{a}_1 ;
- θ_8 – угол между $(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1)$ и \mathbf{a}_2 .

Тогда формула (2.4.2) принимает вид:

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21} = & \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \cdot \\
& \cdot \left\{ \left[-\mathbf{v}_1 v_2 r \cos \theta_1 - \mathbf{v}_2 v_1 r \cos \theta_2 + \mathbf{r}_{21} v_1 v_2 (2 \cos \theta_3 - 3 \cos \theta_1 \cos \theta_2) \right] + \right. \\
& + \left[\mathbf{r}_{21} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 (1 - 3 \cos^2 \theta_4) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) r |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| \cos \theta_4 \right] + \\
& + \left[\mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2| \cos \theta_5 - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2 \right] + \frac{(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) r v_1 v_2 \cos \theta_6 \sin \theta_3}{c} + \\
& + \frac{\mathbf{r}_{21} \cdot [r a_1 v_2 \sin \theta_2 \cos \theta_7 - r a_2 v_1 \sin \theta_1 \cos \theta_8]}{c} + \\
& \left. + \frac{3\mathbf{r}_{21} \cdot [(v_1 - v_2)(v_1 \cdot v_2)] \cos \theta_4 \cos \theta_6}{c} \right\}. \tag{2.4.3}
\end{aligned}$$

Сравнение формулы (2.4.2) с формулами Неймана, Грассмана, Ампера и Уиттакера, приведенными в разделе 1, показывает, что все они являются ее частными случаями, более того, все они задают отдельные слагаемые в первых квадратных скобках формулы (2.4.2). Отсутствие двойки при радиальных членах в (2.1.14а) и (2.1.14б) объясняется тем, что в соответствующих опытах не учитывались вторые скоростные слагаемые. В формуле же Уиттакера (2.1.14г), где этот член имеется, появление этого второго слагаемого связано просто с соображениями симметрии. Однако эта двойка фигурирует в основополагающей формуле Ампера (2.1.14в). Отметим, наконец, что формула Грассмана (2.1.14б) дает в точности формулу Лоренца (2.1.14). То, что все указанные авторы ограничивались слагаемыми из первых квадратных скобок, исторически понятно: они экспериментировали с нейтральными токами, для которых, как будет показано ниже, вторая квадратная скобка в (2.4.2) равна нулю.

А вот Вебер каким-то образом пришел к слагаемым из второй и третьей квадратных скобок в (2.4.2). Возможно, он экспериментировал именно с заряженными токами, но его формула (2.1.5) совпадает с радиальными слагаемыми второй и третьей скобок в (2.4.3), получившихся из второй, третьей и четвертой скобок (2.4.2).

Рассмотрим физический смысл полученных формул.

Пояснение проведем на примере соотношения (2.4.3), как более компактном. Вернемся к выражениям для напряженностей электрических и магнитных полей (п.п. 1, 2, 5, 6 этого раздела).

Вторые слагаемые в их правых частях задают статическую компоненту и проявляются, только если заряды «голы». Первые же слагаемые задают динамическую компоненту и проявляются не только для «голых», заряженных токов, но и для токов в нейтральных проводниках. Такие токи будем называть нейтральными. При перемножении и вычислении производных (п.п. 3, 4, 7, 8) это свойство наследуется в формуле для силы. Поэтому, например, первое слагаемое в формуле (2.4.3), полученное в результате перемножения статических

компонент напряженностей \mathbf{B}_{12} и \mathbf{E}_{21} , будет проявляться только между заряженными телами (кулонова сила). А вот силы, задаваемые произведением динамических компонент \mathbf{B}_{12} и \mathbf{E}_{21} (первые квадратные скобки в фигурных скобках) будут проявляться и между нейтральными, а не только заряженными токами. В этом смысле сила, задаваемая вторыми квадратными скобками в (2.4.3) и полученная в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, занимает промежуточное положение: она проявляется, только если хотя бы один из взаимодействующих зарядов «гол», и будет равна нулю между двумя нейтральными токами. Сила, задаваемая третьими квадратными скобками в фигурных скобках, и обязанная своим появлением ускоренному движению зарядов, хотя и получилась в результате перемножения статической и динамической компонент напряженностей магнитных полей, будет проявляться и между нейтральными токами, поскольку излученное поле надо рассматривать как «голое».

Выражения для сил, полученные в результате перемножения динамических компонент напряженностей, равны нулю, если хотя бы один из зарядов покоится (хотя бы одна из скоростей равна нулю). Например, в этом случае будет равна нулю первая квадратная скобка, являющаяся непосредственным обобщением выражения для классической силы Лоренца (от классической формулы Лоренца (2.1.14) эта скобка отличается только наличием дополнительных слагаемых, симметризирующих это выражение таким образом, что оно начинает удовлетворять третьему закону Ньютона).

А вот вторая квадратная скобка, являющаяся обобщением первого слагаемого в квадратных скобках в формуле Вебера, нулю в этом случае равна не будет. Так что между нейтральным током и покоящимся зарядом за ее счет должна появиться сила.

Давайте более детально сравним полученные формулы с теми, что были выписаны в первом разделе. Наша запись (2.4.2) по форме ближе всего к этим формулам, поэтому ее и будем использовать для сравнения.

Первое слагаемое в (2.4.2) в точности совпадает с законом Кулона (2.1.1). Но если соотношение (2.1.1) – аксиома, т. е. оно ничем не обосновывается, а провозглашается со ссылкой на эксперимент, то первое слагаемое в (2.4.2) получено в результате вычисления градиента энергии взаимодействия двух полей, т. е. как следствие более общего подхода. Это относится и к выражению в первых квадратных скобках (2.4.2), опять-таки в отличие от формулы (2.1.14), которую эта скобка обобщает. В первой квадратной скобке в (2.4.2) имеются еще слагаемые, которых нет в (2.1.14), – это сила $-\mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2)$, направленная по скорости \mathbf{v}_1 и сила

$\frac{3\mathbf{r}_{21}}{r^2}((\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2))$ направленная по радиусу. Эти силы фигурируют в формулах Уиттакера и Ампера (2.1.14г) и (2.1.14в) и симметризируют формулу, делают ее удовлетворяющей третьему закону Ньютона. Мы вернемся к анализу этих слагаемых в разделе 6, где будем рассматривать взаимодействие заряда с длинным проводником.

Вторая, третья и четвертая квадратные скобки в (2.4.2) и вторая и третья квадратные скобки в (2.4.3) являются аналогом второго и третьего слагаемых в формуле Вебера (2.1.5). Запись (2.1.5) ближе всего к формуле (2.4.2), со вторым, третьим и четвертым слагаемыми которой и проведем сравнение (2.1.5). Сравнение показывает, что (2.1.5) в точности совпадают с радиальными слагаемыми во второй, третьей и четвертой квадратных скобках (2.4.2). Однако неучет слагаемых, направленных вдоль разности скоростей и ускорений приводит формулу Вебера (2.1.5) к неверным предсказаниям. Так для колеблющегося диполя формула Вебера предсказывает направление силы (и соответственно излучения) по радиус-вектору, тогда как опыт и формула (2.4.2) предсказывает излучение, перпендикулярное ускорению.

V. Примеры

Пример 1.

Пусть по окружности радиуса R_0 , расположенной в плоскости (x_1, x_2) с центром в начале координат, равномерно распределены пробные заряды q_1 . Заряд же q_2 расположен в центре окружности в начале координат. Если q_2 покоится, то и классическая формула Лоренца, и формула (2.4.3) предсказывают существование только кулоновой силы, направленной по радиусу. Что изменится, если q_2 не покоится, а имеет постоянную скорость \mathbf{v} , направленную по оси x_1 ? Согласно ныне принятой теории в этом случае должны проявиться релятивистские эффекты, деформирующие кулонову силу по величине, но сохраняющие ее радиальный характер. Согласно теории относительности сила, действующая на пробный заряд, будет направлена по радиусу и иметь вид:

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}}, \quad (2.5.1)$$

где $\beta = v/c$, а θ – угол между вектором скорости \mathbf{v} и радиус-вектором к пробному заряду. При малых β , разлагая знаменатель во втором сомножителе (2.5.1) в ряд и ограничиваясь малыми порядка β^2 , получим

$$F_e = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \cdot \frac{\beta^2}{2} (1 - 3 \cos^2 \theta). \quad (2.5.1a)$$

При $\theta = 0$ эта формула предсказывает ослабление кулоновой силы порядка β^2 . При $\theta = 90^\circ$ она предсказывает усиление кулоновой силы порядка $\beta^2/2$. Приблизительно при 55° круглая скобка в (2.5.1a) равна нулю: дополнительная к кулоновой сила меняет знак. С ростом β , когда оказываются существенными слагаемые порядка выше β^2 и разложение (2.5.1a) является некорректным, деформация кулоновой силы в поперечном направлении (при $\theta = 90^\circ$) увеличивается. При $\beta^2 \approx 3/4$ эта деформация будет иметь порядок β^2 .

Посмотрим, что для данного случая предсказывает формула (2.4.3).

Выражение в первых квадратных скобках и два последних слагаемых, име-

ющих порядок малости c^3 , будут равны нулю, так как скорость одного из взаимодействующих зарядов равна нулю. Равно нулю и выражение в третьих квадратных скобках, так как скорость заряда q_2 постоянна. Ненулевой является только вторая квадратная скобка. Это выражение зависит от разности скоростей, но v_1 равно нулю, поэтому оно оказывается зависящим только от скорости заряда q_2 . Поскольку оба заряда «голы», не равна нулю и кулонова сила. Во второй квадратной скобке в (2.4.3) фигурируют две силы: направленная по радиусу F_r и направленная вдоль скорости сила F_v . Для радиальной силы с учетом кулоновой имеем

$$F_r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2 (1 - 3 \cos^2 \theta). \quad (2.5.2)$$

Сравнивая с (2.5.1a), видим, что (2.5.2) предсказывает качественно тот же эффект, асимптотически в два раза превышающий (2.5.1a) при $\theta \rightarrow \pi/2$. Однако такое совпадение имеет место только для малых скоростей. Для больших же скоростей в теории относительности должна работать формула (2.5.1), предсказывающая бесконечный рост силы при $\theta \rightarrow \pi/2$. Тогда как (2.5.2) предсказывает только удвоенный рост кулоновской силы. Отметим также, что для нейтрального тока соотношение (2.5.2) сохраняет силу, тогда как теория относительности предсказывает нулевой эффект.

Сила

$$F_v = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \cdot \beta^2 \cos \theta \quad (2.5.3)$$

достигает максимума при $\theta = 0$ (в продольном направлении). При $\theta \in [0, 90^\circ]$ она убывает от $\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \beta^2$ до нуля, и при $\theta \in [90^\circ, 180^\circ]$ продолжает убывать от нуля до $-\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R_0^2} \beta^2$.

Общая сила, действующая на заряженную окружность, согласно (2.4.3) будет векторной суммой:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_r. \quad (2.5.4)$$

Сила F_v приводит к появлению составляющей силы, касательной к окружности. Если q_2 – отрицательный заряд, а окружность – нейтральный проводник, свободные электроны соберутся в области пересечения окружности и оси x_1 , тогда как область пересечения окружности с осью x_2 зарядится положительно. Такое перетекание будет продолжаться до тех пор, пока механический момент за счет кулоновых сил не компенсирует момент, переданный системе внешними силами, сообщавшими заряду q_2 скорость v_2 (см. подробнее раздел 10).

Заметим, наконец, что если скорость движения v_2 не постоянна, т. е. заряд

движется ускоренно, то на пробные заряды будет действовать сила за счет ускорения \mathbf{a} заряда q_2 (третья квадратная скобка в (2.4.3)). Эта сила будет направлена по вектору ускорения, а ее величина

$$F_a = \frac{q_1 q_2 a}{4\pi\epsilon_0 c^2 R_0^2} \cdot \sin\theta.$$

Если направление ускорения \mathbf{a} совпадает с направлением скорости, то максимальной она будет для зарядов на пересечении окружности с осью x_1 ($\theta = 90^\circ$). Эта сила, не меняя знака, убывает на промежутках $[0^\circ, 90^\circ]$ и $[90^\circ, 180^\circ]$. Сравните это с силой \mathbf{F}_v , которая по модулю увеличивается на этих промежутках и имеет при этом на них разные знаки.

Подведем итоги разобранного примера.

1. Формула (2.4.3) предсказывает действие двух (а в случае ускоренного движения заряда – трех) сил на пробные заряды.

2. Из этих трех сил сила за счет излучения совпадает с классической, радиальная сила в широком диапазоне скоростей близка к предсказаниям специальной теории относительности. Скоростная же сила не предсказывается традиционной теорией и может служить для экспериментальной проверки корректности предложенного обобщения.

Пример 2.

Пусть положительный заряд q_2 покоится, т. е. $\mathbf{v}_2 = 0$, $\mathbf{a}_2 = 0$. Вокруг q_2 по круговой орбите радиуса R_0 с постоянной касательной скоростью \mathbf{v}_1 и соответственно с постоянным центростремительным ускорением \mathbf{a}_1 вращается отрицательный заряд q_1 . Какие силы будут действовать на q_1 ?

Первая квадратная скобка в (2.4.3) будет равна нулю, потому что одна из скоростей равна нулю. Ускорение $\mathbf{a}_1 \parallel \mathbf{r}_{21}$, поэтому слагаемое, зависящее от ускорения, тоже равно нулю (это особенно ясно в записи формулы (2.4.1)). $\theta_4 = 90^\circ$, поэтому $\cos\theta_4 = 0$. Окончательно получим

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1 q_2 \mathbf{v}_1^2}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.5.5)$$

Таким образом, (2.5.5) предсказывает отсутствие дополнительной силы, действующей на электрон за счет центростремительного ускорения. Соответственно электрон начинает излучать только тогда, когда появится касательное ускорение, и не излучает при равномерном движении по боровской орбите, что устраняет главное препятствие на пути планетарной модели атома. Отметим, что к такому же выводу приходит П.Д. Пруссов [14], исходя из «эфирных соображений», и Ю.К. Сахаров [15], основываясь на экспериментах. (2.5.5) предсказывает появление дополнительной к кулоновой силы. Эта сила будет приводить к вращению орбиты как целого (смещению перицентра в случае эллипсоидальных орбит). Мы считали, что скорость положительного заряда равна нулю. Если это не так, то должна появиться сила перпендикулярная \mathbf{v}_1 . Эта сила сделает

плоское движение пространственным. Интересно сравнить это утверждение с формулой примера 4 раздела 7.

Пример 3.

Пусть заряды q_1 и q_2 одного знака движутся вдоль параллельных прямых с равными постоянными скоростями, т. е. $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. В формуле (2.4.3) $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, $\cos\theta_3 = 1$ и все квадратные скобки, кроме первой, равны нулю. Тогда

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21} - \frac{q_1 q_2 v^2 (2 - 3 \cos^2 \theta)}{4\pi\epsilon_0 r^3 c^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{2q_1 q_2 v \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \mathbf{v}. \quad (2.5.6)$$

Из (2.5.6) следует, что кроме кулоновой между зарядами действует еще радиальная сила \mathbf{F}_r , задаваемая вторым слагаемым, и, направленная вдоль скорости сила \mathbf{F}_v , задаваемая третьим слагаемым.

Когда $2 - 3\cos^2\theta = 0$, т. е. приблизительно при 35.3° и 144.7° , радиальная сила \mathbf{F}_r пропадает. При углах $\theta \in [0^\circ, 35.3^\circ)$ и углах $\theta \in (144.7^\circ, 180^\circ]$, \mathbf{F}_r – положительна и «помогает» кулоновой силе. При $\theta \in (35.3^\circ, 144.7^\circ)$ она отрицательна и ослабляет кулонову.

Сила \mathbf{F}_v равна нулю при $\theta = 90^\circ$, т. е. когда заряды летят «бок о бок». При $\theta \in (90^\circ, 180^\circ)$ (первый заряд позади второго) \mathbf{F}_v направлена по скорости первого заряда и ускоряет его, второй заряд «помогает отстающему». При $\theta \in (0^\circ, 90^\circ)$ (первый заряд впереди второго) \mathbf{F}_v направлена против скорости первого, т. е. тормозит его, второй заряд не дает первому вырваться «слишком далеко». На второй заряд действует равная по величине и противоположно направленная сила. При свободном движении заряды согласуют свои скорости так, чтобы лететь «бок о бок» в устойчивом состоянии.

VI. Случай распределения заряда по бесконечно длинной проволоке

Пусть заряд q_2 распределен с постоянной плотностью λ , по проволоке, натянутой вдоль оси x_3 . Это значит, что для него изменяются краевые условия (2.2.2) и (2.2.4). Краевое условие (2.2.2) принимает вид

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_2 = + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2}, \quad r > r_0. \quad (2.6.1)$$

$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, r_0 – радиус проволоки.

Для дивергентной компоненты поля получаем

$$\mathbf{E}_2 = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Тогда вместо п.2 раздела 4 получим

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} - \mathbf{r}_{21} \right].$$

Аналогично вместо п.5 раздела 4 получим

$$\mathbf{B}_{21} = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right].$$

Повторяя вычисления раздела 4, в которых множитель $4\pi\epsilon_0 r^3$ заменен на $2\pi\epsilon_0 r^2$ в силу начальных условий (2.6.1) получим

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21} = & \frac{q_1 \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{q_1 \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \cdot \left\{ \left[2 \left((\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) + \frac{2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1)(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2)}{r^2} \right) \mathbf{r}_{21} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \right] + [(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))] - \right. \\ & \left. - \frac{2\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r^2} [\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))] + [\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2))] \right\}. \end{aligned} \quad (2.6.2)$$

Слагаемые третьего порядка малости по скорости света c здесь опущены, чтобы не перегружать формулу.

В дальнейшем будем предполагать, что проволока не движется как целое, а поскольку \mathbf{v}_2 и \mathbf{a}_2 направлены по ней, это означает, что $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{a}_2) = 0$. Учитывая это, распишем двойные векторные произведения в (2.6.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21} = & \frac{q_1 \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{q_1 \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \left\{ [v_1 v_2 \cos \theta_3 \mathbf{r}_{21} - r v_1 \cos \theta_1 \mathbf{v}_2] + \right. \\ & + [(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 \cdot (1 - 2 \cos^2 \theta_4)] \mathbf{r}_{21} - [2r |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| \cos \theta_4] (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + \\ & \left. + [r a_1 \cos \theta_5 \mathbf{r}_{21} - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2] \right\}. \end{aligned} \quad (2.6.3)$$

Первая квадратная скобка в (2.6.2) и (2.6.3) совпадает с динамической частью формулы (2.1.14) для классической силы Лоренца, если в последней магнитное поле прямой линии расписать через скорости создающих его электронов.

VII. Еще примеры

Пример 1.

Пусть заряд q_1 движется параллельно оси x_3 с той же постоянной скоростью, что и заряды вдоль оси x_3 , т. е. $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. Тогда в формуле (2.6.3) равны нулю все квадратные скобки, кроме первой. В первой $\cos \theta_1 = 0$, $\cos \theta_3 = 1$. Получим

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 \lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{q_1 \lambda v^2}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.7.1)$$

(2.7.1) совпадает с предсказанием формулы Лоренца для рассматриваемого случая.

Пример 2.

Пусть в условиях предыдущего примера $\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}$. Тогда опять не будет равна нулю первая скобка в (2.6.3), $\cos\theta_1 = 0$, $\cos\theta_3 = -1$, и

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1\lambda v^2}{2\pi\epsilon_0 r c^2} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.7.2)$$

Мы опять получили классический случай.

Вторая квадратная скобка здесь равна нулю потому, что оба тока нейтральны. Если бы хотя бы один из них был заряжен, вторая скобка тоже дала вклад в эффект.

Пример 3.

Пусть первый заряд движется перпендикулярно оси x_3 от нее по радиус-вектору. Тогда не равны нулю две первые скобки в (2.6.3), $\cos\theta_1 = 1$, $\cos\theta_3 = 0$, $\cos\theta_4 = \cos\theta_1 = 1$.

Сила, действующая на q_1 , примет вид

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda}{2\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{q_1\lambda|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \mathbf{r}_{21} - \frac{2q_1\lambda|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|}{2\pi\epsilon_0 c^2 r} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + \frac{q_1\lambda v_1}{2\pi\epsilon_0 r c^2} \mathbf{v}_2. \quad (2.7.3)$$

Пример 4.

Пусть $\lambda\mathbf{v}_2$ – постоянный нейтральный ток, а «голый» заряд q_1 покоится, т. е. $\mathbf{v}_1 = 0$.

Согласно классической теории, на q_1 не будет действовать никакая сила. Однако в (2.7.3) средние слагаемые не будут равны нулю. Они предсказывают появление силы

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{q_1\lambda v_2^2}{2\pi\epsilon_0 r^2 c^2} \mathbf{r}_{21} + \frac{q_1\lambda v_2}{\pi\epsilon_0 c^2 r} \mathbf{v}_2. \quad (2.7.4)$$

Экспериментальная проверка утверждений (2.7.3) и (2.7.4) может служить критерием корректности предлагаемого обобщения. Поскольку в реальных проводниках скорость электронов \mathbf{v}_2 мала, для реального эксперимента по проверке (2.7.4) удобнее взять быстро движущийся пучок зарядов и пронаблюдать поведение электронов в нейтральном проводнике. Кулонова сила в этом примере равна нулю, из-за того, что один из объектов электрически нейтрален.

VIII. Заряженная плоскость

Пусть плоскость (x_1, x_2) заряжена с плотностью зарядов σ . Эти заряды, вообще говоря, могут двигаться со скоростью \mathbf{v}_2 и ускорением \mathbf{a}_2 . Статическая часть электрического поля, удовлетворяющая краевому условию

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_2 |_{x_3=0} = 0, \quad (2.8.1)$$

будет иметь вид

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon}, \quad (2.8.2)$$

а электрическое поле, создаваемое заряженной плоскостью в местонахождении заряда q_1 ,

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\sigma}{2\varepsilon r} \left[-\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right]. \quad (2.8.3)$$

Это равенство имеет место при всех (x_1, x_2) . За радиус-вектором от заряженной плоскости (x_1, x_2) до q_1 сохранено обозначение \mathbf{r}_{21} , хотя в данном случае меняется только координата x_3 .

Аналогично получаем

$$\mathbf{B}_{21} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon r c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right]. \quad (2.8.4)$$

Для магнитного поля пассивного заряда q_1 , его вид сохраняется

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21} \right]. \quad (2.8.5)$$

В соотношениях (2.8.1)–(2.8.5) фигурирует, вообще говоря, зависящая от координат функция $\varepsilon(x_1, x_2, x_3, t)$ вместо постоянной ε_0 . В самом веществе ε , конечно, тоже может зависеть и от пространственных координат, и от времени. Но здесь нас особенно будет интересовать вид этой функции при переходе от одного вещества к другому, в особенности от вещества к свободному эфиру и обратно, точнее градиент этой функции при таком переходе. ε иногда называют абсолютной диэлектрической проницаемостью вещества.

Учитывая зависимость ε от времени и пространственных координат, мы хотим рассмотреть случай, когда между заряженной плоскостью и зарядом q_1 (или другой заряженной плоскостью) вводится диэлектрик, плотность эфира ε в котором больше, чем в свободном пространстве. Предлагаемый подход связывает известные экспериментальные факты не с поляризацией диэлектрика, а с различной плотностью эфира в разных веществах.

В случае, который мы рассматриваем, конечно же и магнитная постоянная μ_0 характеризующая сжимаемость свободного эфира, будет функцией $\mu(x_1, x_2, x_3, t)$, функцией координат будет и скорость света, поскольку $c^2 = 1/\varepsilon\mu$.

Учитывая, что $\mu = 1/\varepsilon c^2$, получим

$$\begin{aligned}
 -\nabla \left[4\pi\epsilon r^2 c(\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21}) \right] &= \frac{q_1\sigma}{2\epsilon r} \left[\mathbf{r}_{12} + \frac{r^2 \nabla \epsilon}{\epsilon} \right] + \frac{\mu q_1 \sigma}{2r} \cdot \\
 &\cdot \left\{ \left[2(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \frac{(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2)}{r^2} \right] \mathbf{r}_{21} - \mathbf{v}_1(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \right\} + \quad (2.8.6) \\
 &+ \frac{q_1\sigma}{2r} \left[r^2(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) \right] \nabla \mu.
 \end{aligned}$$

Особенность соотношения (2.8.6) состоит в том, что второе слагаемое в первой квадратной скобке зависит от градиента ϵ и предсказывает появление силы, направленной против градиента. Поэтому диэлектрическая пластина втягивается в пространство между зарядом q_1 и заряженной плоскостью, если они разных знаков, и выталкивается, если они одного знака: плотность свободного эфира ϵ_0 между заряженными пластинами меньше, чем ϵ в диэлектрике. Эта сила растет с увеличением расстояния от q_1 до заряженной плоскости. В случае конденсатора это означает, что втягивающая сила больше, когда диэлектрик толще.

Известно, что после введения диэлектрика между пластинами конденсатора его емкость увеличивается, или, что то же самое, сила притяжения пластин конденсатора уменьшается. В чем физическая причина этого?

Ныне это объясняется тем, что молекулярные диполи диэлектрика якобы сдвигаются под действием поля, созданного заряженными пластинами. Такой сдвиг нейтрализует часть заряда на пластинах, что и ослабляет кулоново поле.

Разберемся в вопросе более детально. Для этого вернемся к воззрениям физиков XIX века и опытам Эйхенвальда, которые, как считается, опровергли предложенную Герцем возможность введения в электродинамику полных производных по времени, о чем уже упоминалось в разделе 2.

Часто почему-то говорят об опыте Эйхенвальда, хотя им было поставлено много опытов, и из этих опытов сделано много далеко идущих выводов. Мы рассмотрим некоторые из них, относящиеся к нашему разговору, присвоив им свои номера.

Первый опыт Эйхенвальда состоял в том, что пластины кругового конденсатора вращались, и измерялось магнитное поле, создаваемое при таком вращении. Он показал, что такое движение электронов создает такое же магнитное поле, что и их движение в проводнике.

Во втором опыте в заряженный конденсатор вставлялся диэлектрик, и такой конденсатор тоже вращался. Его вращение создавало такое же магнитное поле, что и без диэлектрика.

Третий опыт состоял в том, что пластины конденсатора оставались в покое, а вращался диэлектрик. Такое вращение тоже создавало магнитное поле. Изменение направления вращения диэлектрика сохраняло как величину магнитного поля, так и его направление, тогда как переполюсовка пластин направление магнитного поля меняла.

Рассмотрим те выводы, которые ученые того времени сделали из этих опытов. Эти выводы вошли в современные учебники физики. Из первого опыта был

сделан вывод, что любое движение электронов порождает магнитное поле. Этот вывод следует из вида второго слагаемого в (2.2.6a). С ним трудно не согласиться.

Еще одним вопросом, который волновал физиков того времени, был вопрос о физическом смысле тока смещения, введенного Максвеллом в свои уравнения в дополнение к току проводимости и математически воплощавшемся в виде частной производной от электрического поля по времени. Физики тех времен исходили из представления о поляризации эфира между пластинами конденсатора. В частности, эту идею хотели применить к объяснению того факта, что ток проводимости и соответствующие магнитные эффекты не заканчиваются на одной из пластин конденсатора, а преодолевают пространство между пластинами, хотя электроны не переходят с пластины на пластину. Этому было дано следующее объяснение. Частицы эфира между пластинами поляризуются под действием электрического поля, смещаются, что и создает проводящую среду, в которой и проявляется частная производная по времени от электрического поля.

Интересно, что современная физика, отрицающая эфир, фактически сохранила это объяснение, как и само название тока смещения, так что теперь уже совсем непонятно, с какой стати не зависящее от пространственных координат, а только от времени изменение электрического поля между пластинами конденсатора проявляется, а вдоль проводника – нет. Но вернемся к первому опыту Эйхенвальда. Если такое смещение частиц эфира имеет место, то оно должно уменьшать заряд на пластинах конденсатора, а тогда магнитное поле, создаваемое вращающимися пластинами конденсатора, должно быть меньше, чем от тока проводимости, индуцированного тем же самым напряжением. Однако опыт показал полное совпадение, что самим Эйхенвальдом [18], [19], а за ним и Борном [21] было истолковано так, что смещенные частицы эфира, как и сам эфир, не увлекаются вращением конденсатора. Это заставило самого Эйхенвальда выступить в поддержку теории неувлекаемого эфира Лоренца и против теории Герца об увлечении эфира, движение которого он пытался описать, введя полные производные по времени в уравнения Максвелла. За давностью лет народная молва многие из этих событий переименовала. Так что от многих образованных людей приходится слышать, что опыты Эйхенвальда показали недопустимость использования полных производных по времени в электродинамике. Люди уж совсем образованные [16], те считают, что опыты Эйхенвальда как раз доказали отсутствие эфира, а вот полные производные в уравнениях Максвелла очень нужны.

Остановимся подробнее на монографии Фипса [16]. Я рекомендую читателю обязательно при возможности ознакомиться с этой книгой, потому что это – итог многолетних размышлений автора, человека образованного и нестандартно мыслящего. Поэтому даже и то, что мы считаем его ошибками, в любом случае должно стать предметом для раздумий и конструктивных выводов. Сразу начну с того, что Фипс – сторонник введения полных производных в уравнения Максвелла. Он подробно разбирает, как это сделал Герц. Предоставим далее

слово самому Фипсу: «Он (Герц) рассматривал свою теорию ... как электродинамику движущейся среды и интерпретировал скорость (появляющуюся в конвективной части полной производной по времени) как скорость эфира. Это была серьезная ошибка, неверная интерпретация. Он еще и смешал эту ошибку с постулатом Стокса о 100% увлечении эфира массивной средой. Это сделало его теорию проверяемой, потому что это материализовало эфир, связав его с наблюдаемой материей. Вскоре после смерти Герца экспериментатор Эйхенвальд пришел в его лабораторию и опроверг предсказание Герца. Таким образом инвариантная теория была дискредитирована и выброшена на свалку истории».

Посмотрите, как все просто: один опыт все решил. Эфир не увлекается, а с точки зрения Фипса он вообще не нужен. Что и приводит автора монографии [16] к его полурелятивистской теории, в которой сжатие пространства в направлении движения отрицается, а вот расширение времени фактически принимается. Но теория Фипса – предмет для отдельного разговора. Вопрос в том, можем ли мы положиться на интерпретацию Эйхенвальдом своего первого опыта и положить его в основу теории.

Сразу же выскажем свою убежденность, что главной задачей экспериментальной физики на ближайшее тысячелетие будет выяснение свойств эфира. В настоящее время мы знаем о нем очень мало, в лучшем случае можем что-то предполагать.

Какие же выводы мы можем все же сделать сейчас из первого и второго опытов Эйхенвальда? Увлекается или не увлекается эфир в первом опыте – нам сказать трудно. А вот во втором он увлекается заведомо: ведь главные характеристики эфира, пронизывающего диэлектрик, плотность ε и сжимаемость μ одни и те же, вращается диэлектрик или нет.

Чуть ниже мы вернемся к этому вопросу, а сейчас повторим ту позицию, которую мы пытались сформулировать в разделе 2, и которая особенно отчетливо видна в формуле (2.8.6).

Полные производные по времени нужны не только чтобы учесть возможное движение эфира, хотя и для этого тоже, но прежде всего для того, чтобы естественно описать ток проводимости и ток переноса, не вводя их аксиоматически в виде первоначальной сущности, а главное явно описать вихревой ток (второе слагаемое в (2.2.6a)). Этот ток движется и в проводнике вместе с током проводимости, но скорость его движения равна скорости света в среде. Поэтому рубильник, включенный в Европе, зажигает лампочку в Америке сразу же, а не через несколько лет, когда туда по кабелю дойдут электроны, создающие ток проводимости. Этот вихревой ток преодолевает пространство между пластинами конденсатора, продолжая свое создающее магнитное поле движение вдоль проводника, когда в нем начинает течь ток проводимости. Именно этот ток создает всем известные эффекты, приписываемые ныне току проводимости, возбуждая эфир в диэлектрике, хотя электроны сквозь диэлектрик не проходят. Движение же электронов является скорее следствием движения вихревого тока примерно в

том же смысле, в каком движение песка в реке является следствием движения воды. Отметим, что частная производная по времени от поля не может быть причиной преодоления током пространства между пластинами конденсатора по той простой причине, что никаких зависящих от времени изменений поля между пластинами конденсатора по сравнению с полем в проводнике не происходит, эти изменения зависят как раз от пространственных координат.

О чем же говорит нам первый опыт Эйхенвальда? Он просто свидетельствует о том, что, если ток проводимости и ток переноса равны, то и соответствующие вихревые токи, а значит и магнитные поля, равны. Если же из него и можно вывести какие-то свойства эфира, то как раз то, что эфир увлекается вращением пластин.

Более четко об этом говорит второй опыт Эйхенвальда, когда вращается конденсатор, заполненный диэлектриком, и, соответственно, вращается эфир, заполняющий этот диэлектрик. Этот опыт требует более тщательного анализа, поскольку современная физика, здесь уже не стесненная верой в отсутствие эфира, идею о смещении зарядов в эфире применяет к диэлектрику: в диэлектрике, мол, смещаются заряды, это смещение увеличивает емкость конденсатора и нейтрализует часть зарядов на пластинах, уменьшая силу притяжения между ними. Но почему диэлектрик влияет на емкость? Что такое емкость вообще и почему она связана с поляризацией диэлектрика? И почему это смещение не нейтрализует все заряды? Обычно отвечают, что, мол, недостаточно диполей в диэлектрике. Но тогда достаточно малые заряды на пластинах, для которых диполей хватает, должны компенсировать поле полностью, а этого не происходит. Просто в ϵ/ϵ_0 раз уменьшается сила Кулона, что при маленьких, что при больших зарядах на пластинах конденсатора. Отметим, наконец, что прямых экспериментов по определению смещенных диполей в диэлектриках, насколько известно автору, не проводилось.

Чем же объясняются эти эффекты в рамках предлагаемого подхода? Как уже упоминалось, физический смысл диэлектрической проницаемости вакуума ϵ_0 – это плотность массы свободного эфира. Соответственно абсолютная диэлектрическая проницаемость ϵ – это плотность эфира в диэлектрике. Так что введение диэлектрика между пластинами конденсатора меняет плотность эфира между ними. Соответственно уменьшается сила Кулона: она зависит не только от величины зарядов, но и от свойств вещества, заполняющего пространство, разделяющее эти заряды. Поэтому введение диэлектрика между пластинами конденсатора не влияет на величину заряда, а на обкладках соответственно и магнитного поля, создаваемого вращением пластин, что и устанавливает второй эксперимент Эйхенвальда.

Каков же физический смысл емкости конденсатора? Если C – емкость конденсатора, A – площадь пластин, а d – расстояние между пластинами, то

$$C = \frac{\epsilon A}{d},$$

т. е. емкость – средняя поверхностная плотность массы эфира в диэлектрике.

Что же для первого и второго экспериментов Эйхенвальда предсказывает формула (2.8.6)? Плотность эфира между пластинами конденсатора не меняется, так что сила Кулона в первом эксперименте Эйхенвальда просто обратна ϵ_0 , а во втором ϵ . Второе слагаемое в первых квадратных скобках в (2.8.6) для этих экспериментов равно нулю, т. к. $\nabla\epsilon = 0$.

Скорости зарядов на пластинах параллельны. Эти скорости перпендикулярны радиус-вектору. Так что в фигурных скобках остается только радиальная сила. Эта сила пропорциональна μ_0 , т. е. в v^2/c^2 раз слабее кулоновой и сонаправлена с ней, т. е. увеличивает ее. В опытах Эйхенвальда это не проверялось, но было бы интересно поставить соответствующий эксперимент: верно ли, что сила притяжения вращающихся пластин конденсатора больше, чем покоящихся? Конечно при этом следует позаботиться, чтобы абсолютная сжимаемость эфира в прокладке между пластинами была бы по возможности больше. Эта сила должна проявляться при движении заряженных жидкостей и газов.

Физический смысл третьего, градиентного слагаемого в (2.8.6) (вторая квадратная скобка в фигурных скобках) аналогичен физическому смыслу градиентного слагаемого в статической части. Однако связан он с другой характеристикой эфира: с его сжимаемостью. Его действие мы наблюдаем, когда парамагнетики втягиваются в соленоид, а диамагнетики выталкиваются. Здесь сила направлена по градиенту сжимаемости эфира μ , которая возрастает от концов соленоида к его середине. Статическая градиентная сила также направлена по градиенту плотности эфира ϵ . И эта сила всегда направлена на выталкивание диэлектрика из свободного эфира, поскольку плотность свободного эфира ϵ_0 всегда меньше его плотности в веществе. Но в случае конденсатора на его пластинах находятся заряды разных знаков. Так что $\nabla\epsilon$ оказывается направленным внутрь конденсатора. В соленоиде ток в витках создается одинаковыми зарядами. При этом сжимаемость эфира μ в различных веществах может быть как больше, так и меньше (диамагнетики). Поэтому первые втягиваются в соленоид, а вторые выталкиваются.

Что мы будем в этом смысле наблюдать в первом опыте Эйхенвальда? Заметим сразу, что выражение в квадратных скобках в третьем слагаемом в (2.8.6) всегда положительно, т. к. скорости \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 (касательные скорости зарядов на вращающихся пластинах) сонаправлены. На пластинах заряды разных знаков, так что третье слагаемое предсказывает появление силы, направленной против градиента μ , т. е. в сторону убывания магнитного поля между пластинами.

Автору неизвестны экспериментальные данные на эту тему. Скорости зарядов убывают вдоль радиуса круговых пластин, но их магнитное поле может усиливаться действием внешних зарядов. Поэтому сформулируем утверждение условно.

Если магнитное поле внутри вращающихся пластин конденсатора увеличивается от периферии к центру, то парамагнетики будут из него выталкиваться, а диамагнетики втягиваться, т. е. мы будем наблюдать картину, обратную при-

вычной в случае соленоида. Если же магнитное поле во вращающемся соленоиде возрастает от центра к периферии, то парамагнетики в него будут втягиваться, а диамагнетики выталкиваться. Картина будет напоминать случай соленоида, но сила будет направлена не по возрастающему магнитному полю, а против него.

Мы получим точный аналог соленоида, если будут вращаться одинаково заряженные пластины.

Подведем итог рассмотрения формулы (2.8.6). Хотя поляризация диэлектрика в опытах с конденсатором имеет место и в каких-то опытах это, наверное, можно наблюдать, подавляющая часть эффектов связана с перепадом или же плотности, или же сжимаемости эфира при переходе из диэлектрика в свободный эфир или другое вещество.

Если заряженная плоскость неподвижна, тогда всегда $\mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{v}_2$, $\mathbf{r}_{21} \perp \mathbf{a}_2$, т. е. $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_2) = 0$, $(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{a}_2) = 0$.

В этом случае формула (2.8.6) упрощается:

$$-\nabla \left[4\pi\epsilon r^3 c(\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21}) \right] = \frac{q_1 \sigma}{2\epsilon r} \left[\mathbf{r}_{12} + \frac{r^2 \nabla \epsilon}{\epsilon} \right] + \frac{\mu q_1 \sigma}{2r} \left[2\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{v}_1) \right]. \quad (2.8.7)$$

Мы проанализировали физический смысл силы Гюйгенса (2.8.6). Учитывая, что $\mu = 1/\epsilon c^2$, и опуская слагаемые третьего порядка малости, получим, что сила Ньютона в данном примере имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[4\pi\epsilon r^3 c(\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21}) \right] &= \frac{q_1 \sigma \mu}{2r} \left[-\mathbf{r}_{21}(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) - \right. \\ &\left. -\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)) - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)r^2 \right] + \frac{q_1 \sigma}{2r} \frac{d\mu}{dt} \left[\mathbf{r}_{21}(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)) + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)r^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.8.8)$$

В этой силе отсутствует статическая часть, а следовательно, отсутствует сила, зависящая от градиента ϵ . Вся сила уже зависит не от произведения скоростей, а от их разности. Поэтому и в первом и во втором эксперименте Эйхенвальда она равна нулю: скорости пластин равны и сонаправлены. Предложим следующую модификацию второго опыта Эйхенвальда: пластины конденсатора равномерно вращаются в противоположные стороны вокруг диэлектрика. Поскольку радиус-вектор перпендикулярен скоростям, будут равны нулю все слагаемые, содержащие $(\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2))$ и слагаемые, содержащие ускорения. От силы (2.8.8) остается только радиальная сила. Что в этом опыте останется от силы (2.8.6)?

Ньютонова часть плотности силы в (2.8.6)

$$\mathbf{F}_N = -\frac{4\sigma^2 \mu v^2}{2r} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.8.9)$$

Фигурная скобка в (2.8.6) для этого случая за счет разнонаправленности скоростей будет иметь вид

$$\mathbf{F}_H = -\frac{\sigma^2 \mu v^2}{2r} \mathbf{r}_{21}, \quad (2.8.10)$$

т. е. как и (2.8.9), поверхностная плотность силы Гюйгенса для этого случая будет направлена против кулоновой и суммарная плотность силы

$$\mathbf{F}_N + \mathbf{F}_H = -\frac{5\sigma^2 \mu v^2}{2r} \mathbf{r}_{21}. \quad (2.8.11)$$

Чтобы упростить терминологию ниже в этом параграфе термин сила будет использован вместо термина «поверхностная плотность силы».

О силе, задаваемой второй квадратной скобкой в (2.8.8) поговорим отдельно. Коэффициент при этой скобке зависит от производной по времени от сжимаемости эфира в диэлектрике. Обнаружить эту силу можно, например, поместив между пластинами конденсатора, вращающимися в противоположных направлениях, вещество с периодически изменяющейся сжимаемостью эфира.

Пусть, например,

$$\mu = \mu_0 \cos \omega t, \quad (2.8.12)$$

т. е.

$$\frac{d\mu}{dt} = -\omega \mu_0 \sin \omega t. \quad (2.8.13)$$

Здесь μ_0 – среднее значение сжимаемости эфира в среде, ω – частота. Тогда сила, появляющаяся между пластинами конденсатора за счет изменения μ во времени и действующая со стороны пластины 2 на пластину 1, равна

$$\mathbf{F}_{21} = \sigma^2 \omega \mu_0 r \sin \omega t \mathbf{v}_1. \quad (2.8.14)$$

Она пропорциональна квадрату поверхностной плотности заряда σ на пластинах и линейна по ω , μ_0 и r , т. е. увеличивается с ростом этих параметров. Она периодически раскручивает и тормозит пластину 1 по закону синуса. Сила, с которой пластина 1 действует на пластину 2

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}, \quad (2.8.15)$$

т. е. пластина 1 точно так же действует на пластину 2.

Рассмотрим еще одну модификацию предыдущего случая: диэлектрик не покоится между противоположно вращающимися пластинами, а вращается вместе, скажем, с пластиной 1. В этом случае μ уже не будет зависеть от времени явно, но конвективная часть полной производной $(\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mu$ вообще говоря не будет равна нулю. При каких условиях? Ну, очевидно, при тех, что касательная скорость \mathbf{v}_1 и $\nabla \mu$ не перпендикулярны друг другу. Выполняется ли это условие в нашем случае? Возможно и нет. Ведь в статическом случае $\nabla \mu$, по-видимому, направлен по радиусу. Мы слишком мало знаем о свойствах эфира, чтобы

утверждать что-либо уверенно.

Однако мы сделаем **предположение**: при вращении диэлектрика $\nabla\mu$ у его поверхности направлен по касательной скорости, т. е. μ возрастает в этом направлении.

Отметим сразу, что из сделанного предположения следует, что конвективная часть производной $(\mathbf{v}_1 \cdot \nabla)\mu$ всегда положительна, т. е. не зависит от того, вращается ли диэлектрик со скоростью \mathbf{v}_1 , т. е. с первой пластиной или же со скоростью \mathbf{v}_2 в противоположном направлении. Сила, с которой пластина 2 будет в этом случае действовать на пластину 1

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{2} \sigma^2 r (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mu \mathbf{v}_1, \quad (2.8.16)$$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} = \frac{1}{2} \sigma^2 r (\mathbf{v}_2 \cdot \nabla) \mu \mathbf{v}_2. \quad (2.8.17)$$

Упомянем, наконец, третий опыт Эйхенвальда. Он состоял в том, что пластины конденсатора покоились, а вращался только диск из эбонита. Неожиданным для Эйхенвальда и ожидаемым для нас было то, что направление магнитного поля, которое при этом регистрировалось, не зависело от направления вращения эбонитового диска. Сам Эйхенвальд объяснил это свойствами эбонита. Нам же кажется, что это свойство эфира: при переходе из более плотного состояния в диэлектрике в менее плотное свободное состояние он сносится движением. Поэтому градиент его сжимаемости направлен по скорости вращения, а их скалярное произведение всегда положительно.

IX. Заряженная сфера

Найдем силу, действующую на заряд q_1 внутри сферы радиуса R_0 , заряженной с плотностью зарядов σ . Краевое условие

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_2 = \frac{4\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2}, \quad r = R_0 \quad (2.9.1)$$

дает нам вид статической части поля внутри сферы

$$\mathbf{E}_2 = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2} \mathbf{r}_{21}, \quad r \leq R_0. \quad (2.9.2)$$

Статическое поле внутри сферы при убывании r убывает как r^2 до нуля при движении от поверхности сферы к центру. Так что поле внутри шара, создаваемое статическими зарядами, расположенными на поверхности сферы, отнюдь не постоянно. Однако, как мы увидим ниже, постоянна энергия взаимодействия этого поля и заряда внутри сферы. А тогда сила взаимодействия, т. е. градиент этой энергии, будет равен нулю.

Электрическое же поле, создаваемое движущимися зарядами, находящимися на поверхности сферы, в местонахождении заряда q_1 внутри этой сферы,

$$\mathbf{E}_{21} = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2} \left[-\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right], \quad r \leq R_0. \quad (2.9.3)$$

Здесь \mathbf{v}_2 – скорость движения зарядов по сфере. Аналогично

$$\mathbf{B}_{21} = -\frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R_0^2 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2}{c} + \mathbf{r}_{21} \right], \quad r \leq R_0. \quad (2.9.4)$$

Вид магнитного поля пассивного заряда сохраняется

$$\mathbf{B}_{12} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^3 c} \left[\frac{\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_1}{c} + \mathbf{r}_{21} \right], \quad r \leq R_0. \quad (2.9.5)$$

Тогда градиентная сила внутри сферы, действующая на q_1

$$\begin{aligned} -\nabla[4\pi\varepsilon_0 R_0^3 c(\mathbf{B}_{12} \cdot \mathbf{E}_{21})] &= \frac{q_1 \sigma R_0}{\varepsilon_0 r c^2} [\mathbf{r}_{21} v_1 v_2 (\cos \theta_3 + \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2) - \\ &- \mathbf{v}_2 v_1 r \cos \theta_2 - \mathbf{v}_1 v_2 r \cos \theta_1], \quad r \leq R_0. \end{aligned} \quad (2.9.6)$$

Напомним, что θ_1 – угол между радиусом-вектором \mathbf{r}_{21} и скоростью \mathbf{v}_1 , θ_2 – угол между \mathbf{r}_{21} и скоростью \mathbf{v}_2 , θ_3 – угол между скоростями \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 .

Эта сила действует от каждой точки заряженной сферы на q_1 . Заметим, что статическая, кулонова, сила отсутствует: ее энергия взаимодействия с зарядом постоянна для всех точек шара, а градиент такой энергии равен нулю.

Этот пример наглядно иллюстрирует трудности нынешнего понимания электрического поля как силы, действующей на пробный заряд.

Такое определение вынуждает нас считать, что поле внутри сферы равно нулю. Тогда поле должно быть разрывным на сфере, потому что вне сферы оно существует. И что происходит на сфере? И будет ли какая-то сила действовать на заряд, движущийся внутри сферы? Ведь если там поля нет, то такой силы не должно быть.

Покажем, что предлагаемый подход дает разумные ответы на все эти вопросы. Плотность зарядов на сфере $\sigma = \frac{q_2}{4\pi R_0^2}$, где q_2 – суммарный заряд сферы.

Проинтегрировав по сфере, получим из (2.9.2)

$$\mathbf{E}_2 \Big|_{r=R_0} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0}. \quad (2.9.7)$$

И без всяких скачков

$$\mathbf{E}_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad r \geq R_0. \quad (2.9.8)$$

Возвратимся к соотношению (2.9.6) и более детально поясним его физиче-

ский смысл. Коэффициент при квадратной скобке может создать впечатление, что сила (2.9.6) пропорциональна радиусу сферы R_0 . Но поскольку плотность зарядов σ обратна R_0^2 на самом деле сила (2.9.6) обратна R_0 . В квадратной скобке все слагаемые зависят от произведения скоростей зарядов на сфере и скорости заряда внутри сферы. Поэтому вся сила равна нулю, если хотя бы один из зарядов покоится. Радиус-вектор в квадратной скобке связывает произвольный заряд на сфере с зарядом q_1 . Поскольку коэффициент при этой скобке обратно пропорционален модулю радиус-вектора r , вся сила в целом не зависит от расстояния между зарядом q_1 и зарядами сферы. Однако она существенно зависит от углов между радиус-вектором и скоростями зарядов, а также от угла между скоростью заряда q_1 и скоростями зарядов на сфере. Конечно, нас обычно будет интересовать не сила взаимодействия q_1 с какой-то точкой сферы, а суммарное влияние всех зарядов сферы. Нам тогда надо проинтегрировать выражение (2.9.6) по всем зарядам сферы.

Найдем теперь силу Ньютона в нашем примере.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [4\pi\epsilon_0 R_0^3 c (\mathbf{B}_{12} \times \mathbf{B}_{21})] &= \frac{q_1 \sigma R_0}{\epsilon_0 r c^2} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 (1 - \cos \theta_4) \right] + \right. \\ &+ \left. \left[\mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2| \cos \theta_5 - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2 \right] \right\}, \quad r \leq R_0. \end{aligned} \quad (2.9.9)$$

Напомним, что θ_4 – угол между радиус-вектором \mathbf{r}_{21} и $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$, θ_5 – угол между \mathbf{r}_{21} и $(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)$. Обратим здесь внимание на то, что скоростная часть формулы не зависит от расстояния между q_1 и точками сферы, а часть, зависящая от ускорений, возрастает с этим расстоянием. Эта сила уже не будет равна нулю, если заряды на сфере или q_1 покоится. Рассмотрим случай постоянного тока на сфере и постоянной скорости q_1 , т. е. мы считаем вторую квадратную скобку в (2.9.9) равной нулю.

Как бы ни двигался q_1 , угол между \mathbf{r}_{21} и разностью скоростей $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)$ не будет равен нулю. Так что $\cos \theta_4$ никогда не будет равен 1. Это значит, что в любом случае должна наблюдаться радиальная сила, направленная по радиус-вектору от зарядов сферы, т. к. и $(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2$, и $(1 - \cos \theta_4)$ больше нуля. Другими словами, внутри заряженной сферы имеется магнитное поле. Это противоречит известной теореме в современной электродинамике о том, что циркуляция магнитного поля по кривой, не охватывающей тока, равна нулю. Причина этого противоречия в том, что современная электродинамика в уравнениях Максвелла не учитывает роли вихревого тока (равенство (2.2.6a)) и радиальной компоненты магнитного поля. Вид этого поля задается формулой (2.9.4).

Вернемся к этой формуле. Магнитное поле заряженной сферы убывает как r^2 к центру сферы и направлено от этого центра к поверхности сферы по радиусу. Его поверхностями уровня являются концентрические сферы с центром в центре заряженной сферы. Подчеркнем еще раз, что это поле существует, даже если заряды на сфере неподвижны: работает статическая часть формулы (2.9.4) и взаимодействие этой статической части с магнитным полем движущегося за-

ряда q_1 и создает наблюдаемые эффекты, противоречащие нынешним воззрениям.

Приведем в заключение объединенную формулу для силы, действующей на заряд q_1 :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 \sigma R_0}{\varepsilon_0 r c} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|^2 (1 - \cos \theta_4) + v_1 v_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \right] - \right. \\ \left. - \mathbf{v}_1 r v_2 \cos \theta_2 - \mathbf{v}_2 r v_1 \cos \theta_1 + \left[\mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2| \cos \theta_5 - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2) r^2 \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.9.10)$$

В частности, когда заряд q_1 внутри сферы неподвижен, т. е. $\mathbf{v}_1 = \mathbf{0}$, $\mathbf{a}_1 = \mathbf{0}$,

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 \sigma R_0}{\varepsilon_0 r c^2} \left\{ \left[\mathbf{r}_{21} |\mathbf{v}_2|^2 (1 - \cos \theta_4) \right] + \mathbf{a}_2 r^2 - \mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_2| \cos \theta_5 \right\}. \quad (2.9.11)$$

Симметрично для случая, когда заряды на сфере покоятся, а заряд внутри сферы движется.

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 \sigma R_0}{\varepsilon_0 r c^2} \left\{ \mathbf{r}_{21} |\mathbf{v}_1|^2 (1 - \cos \theta_4) + \mathbf{r}_{21} r |\mathbf{a}_2| \cos \theta_5 - \mathbf{a}_1 r^2 \right\}. \quad (2.9.12)$$

Если заряды на сфере и заряд внутри сферы неподвижны, то (2.9.10) равно нулю. На покоящийся заряд внутри заряженной сферы с неподвижными зарядами сила действовать не будет.

Х. Энергия, импульс, момент силы

Выясним механические свойства рассматриваемой системы двух зарядов. Сразу отметим: формулы (2.4.1)–(2.4.3) предполагают, что на эту систему действуют внешние силы, сообщающие зарядам скорости и ускорения, фигурирующие в формулах. Формулы для сил \mathbf{F}_{12} и \mathbf{F}_{21} содержат нецентральные слагаемые, что не дает возможности непосредственно переносить на рассматриваемую систему классические теоремы механики о внутренних силах. Однако главный вектор внутренних сил системы

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{21} \equiv \mathbf{0}. \quad (2.10.1)$$

Интегрируя это тождество по времени и вдоль произвольной траектории в пространстве, получим

$$\int_A \mathbf{F}_{int} dt = \text{const}, \quad (2.10.2)$$

$$\int_B \mathbf{F}_{int} dx = \mathbf{0}. \quad (2.10.3)$$

Утверждения (2.10.2) и (2.10.3) можно сформулировать словесно.

Теорема 1. *Внутренние силы не изменяют импульса системы.*

Теорема 2. *Внутренние силы системы не производят работы.*

Найдем теперь момент внутренних сил. Пусть O – произвольная точка пространства, и \mathbf{r}_1 – радиус-вектор из O к заряду q_1 , а \mathbf{r}_2 – радиус-вектор из O к заряду q_2 . Главный момент внутренних сил относительно точки O

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{int} &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_{21} + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_{12} = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \times \mathbf{F}_{21} = (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times \mathbf{F}_{12} = \\ &= \mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12}. \end{aligned} \quad (2.10.4)$$

Соотношение (2.10.4) можно сформулировать в виде теоремы.

Теорема 3. Момент сил, приложенный к заряду 1 со стороны заряда 2 относительно месторасположения заряда 2 равен по модулю и сонаправлен с моментом сил, приложенным к заряду 2 со стороны заряда 1 относительно месторасположения заряда 1.

Понятие пары сил в механике обычно применяется к анализу движения твердого тела. Пара сил определяет вращение твердого тела, если она не равна нулю, т. е. ее плечо не равно нулю. Если же плечо равно нулю, т. е. силы в паре направлены противоположно, но не по параллельным прямым, а по одной и той же прямой, то такая пара сил не оказывает влияния на движение твердого тела.

По точному смыслу Теоремы 3 мы применяем понятие пары сил к радиус-вектору, точнее к его концам. Эта пара сил не только вращает радиус-вектор, но и деформирует: растягивает или сжимает. Если силы направлены по одной прямой навстречу друг другу, радиус-вектор сжимается без вращения. Если же друг от друга, то растягивается. Как раз этот случай соответствует радиальным силам. Так что в нашем случае имеет понятный физический смысл и пара сил, направленная по одной прямой.

На концах радиус-вектора у нас находятся заряды. Так мы приходим к вопросу о связи Теоремы 3 с третьим законом Ньютона. Широко распространено мнение, что противоположная направленность силы действия и противодействия в нем означает, что силы направлены по одной прямой навстречу друг другу. Автору приходилось слышать это утверждение даже от профессоров механики. Из такого понимания выводится и убежденность, что все нерадиальные силы не могут удовлетворять третьему закону Ньютона. В этом видится, например, порок формулы для силы Лоренца в электродинамике: она содержит нерадиальное слагаемое и уже из-за этого якобы не может удовлетворять третьему закону Ньютона. См., например, [16]. В этом иногда даже видят преимущество электродинамики: вот настолько она общая теория.

Конечно, пока речь идет о точечных массах, другого нам просто не дано. Но ситуация совершенно меняется, когда мы говорим о реальных физических телах конечного размера.

В первом параграфе уже говорилось о том, что все силы в физике XVIII-XIX веков были радиальны. Эта традиция, как мы видим, перешла и в век XX-ый. Однако трудно согласиться с этой точкой зрения. Ведь, если бы это было так, невозможна была бы, например, игра в бильярд: пассивный шар просто продолжал бы траекторию движения ударяющего. Короче, такое понимание оставляет при взаимодействии механических тел только лобовой удар и исключает все ко-

сье. Так что теперь мы можем утверждать, что теорема 3 подтверждает справедливость третьего закона Ньютона в обобщенной электродинамике.

Для этого, правда, третий закон Ньютона надо сформулировать следующим образом: при столкновении тел момент силы действия равен по модулю и сонаправлен с моментом силы противодействия.

Читатель, не согласный с такой формулировкой, может рассматривать Теорему 3 как обобщение третьего закона Ньютона на электродинамику.

Рассмотрим поясняющие примеры.

Пример 1.

Найдем момент силы, действующий на заряды в примере 3 раздела 5. Сила \mathbf{F}_{21} задается соотношением (2.5.6).

$$\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \frac{-2q_1q_2v\cos\theta}{2\pi\epsilon_0r^2c^2}(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}) = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12}. \quad (2.10.5)$$

Момент создается только нерадиальной компонентой силы, при этом работают оба плеча пары.

Пример 2.

Найдем момент силы, действующий на заряды в примере 3 раздела 7. Сила \mathbf{F}_{21} задается соотношением (2.7.3).

$$\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{F}_{21} = \frac{q_1\lambda v_1}{2\pi\epsilon_0rc^2} \left[(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{v}_2) - (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|) \right] = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{F}_{12}. \quad (2.10.6)$$

Заметим, что согласно традиционной формуле Лоренца справедливо только первое из равенств (2.10.6), т. е. второе плечо пары сил по этой формуле «не работает». Сила Лоренца предсказывает появление не только радиальной, но и направленной по скорости силы. Механически это означает, что она предсказывает не только лобовой, но и косо́й удар между двумя шарами, но утверждает, что вращаться будет только один из шаров.

XI. Повторим кратко сказанное

1. Предложено некоторое обобщение традиционных уравнений Максвелла и формулы для силы Лоренца. Новыми чертами обобщенной электродинамики являются следующие утверждения.

1.1. Дивергенция магнитного поля не равна нулю. Это утверждение можно истолковать как существование магнитного заряда. Но такой заряд не совпадает с монопо́лем Дирака во многих отношениях. Так, физически он всегда совмещен с электрическим зарядом, так что его можно рассматривать как другую ипостась электрического заряда. Энергия взаимодействия двух статических зарядов и его градиент, т. е. сила Кулона, возникает между магнитной частью одного и электрической частью другого. Развитие такого понимания приводит к предсказанию появления с правильными знаками ряда сил, помимо силы Лоренца. Отметим, что часть этих дополнительных сил уже была предсказана в классических

опытах Гаусса, Вебера, Ампера, Уиттакера и др., часть, как, например, кластер-эффект, постоянно наблюдается при работе ускорителей. Часть этих дополнительных предсказаний еще предстоит проверить в эксперименте.

1.2. В уравнениях обобщенной электродинамики вместо частных производных по времени фигурируют полные. Физически это означает, что мы учитываем роль всепроникающей среды эфира, заполняющего все мировое пространство. Именно в эфире и распространяются электромагнитные волны. Математически это означает, что нам нет необходимости использовать преобразования Лоренца для описания эффектов при движении заряженных частиц, все эти эффекты учитываются конвективной частью полной производной по времени. Эта же часть включает в себя ток переноса, вводимый в настоящее время «руками» в уравнения Максвелла, а также некоторый вихревой ток, о котором, как выясняется, говорил еще Максвелл, хотя и по другому поводу. Этот вихревой ток описывает электрическое и магнитное поле световой волны.

В отличие от традиционных уравнений Максвелла, уравнения обобщенной электродинамики имеют решения для отдельных зарядов. Это дает возможность описывать взаимодействия зарядов в терминах полей.

2. Последнее обстоятельство дает нам возможность сформулировать новое понятие концепции поля и взаимодействия полей. Поле определяется не как сила, действующая на заряд, а как решение некоторой системы уравнений. Это дает возможность предложить симметричные определения импульса, энергии и силы взаимодействия электрических зарядов, избегая представления о пробном заряде. Становится ясным, что в электродинамике «работают» все законы сохранения, справедливые в механике, а также третий закон Ньютона, хотя электродинамические силы взаимодействия и нерадиальны.

3. Разобрано несколько примеров.

3.1. Исследован случай, ныне объясняемый в рамках теории относительности. Предложена альтернативная формула, указаны отличия в предсказаниях и возможности экспериментальной проверки этих отличий.

3.2. На примере количественно описана сила, приводящая к «кластер-эффекту».

3.3. Дано новое объяснение опытов Эйхенвальда, предложено новое понимание эффектов для и парамагнетизма. Предсказаны новые эффекты, дано описание их экспериментальной проверки.

§ 3 . М Е Х А Н И Ч Е С К И Е Р А З М Е Р Н О С Т И В Э Л Е К Т Р О - Д И Н А М И К Е

Современная теоретическая физика использует большое число систем единиц, отличающихся друг от друга выбором основных единиц, размерностями физических величин, что приводит к различному написанию уравнений для одного и того же. Только общепринятых систем более десяти, но многие авторы предпочитают свою систему, что увеличивает их количество до нескольких де-

сятков.

При использовании различных систем единиц в электрических и магнитных явлениях, возникает много сложностей. Например, в гауссовской системе имеют одинаковую размерность следующие четыре величины: напряженность электрического поля, напряженность магнитного поля, электрическое смещение и магнитная индукция. Такие физические величины, как электрический заряд, магнитная масса, поток электрического смещения, магнитный поток в гауссовской системе также имеют одинаковую размерность.

Фривольность в построении систем приводит к тому, что имеет место необоснованное приращение величине ε (диэлектрическая проницаемость) и величине μ (магнитная проницаемость) нулевой размерности в законах Кулона, т. е. выбрасывание символа ε из системы СГСЭ и символа μ из системы СГСМ. Это приводит к искажению физического смысла уравнений в этих системах. Таким образом получается, что электромагнитные величины в системах СГСЭ и СГСМ имеют разную размерность.

1. Системы единиц

Родоначальником современной системы размерностей физических величин был Карл Фридрих Гаусс. В 1832 году в своей работе «Напряжение земной магнитной силы, приведенное к абсолютной мере» он предположил, что можно установить размерности всех остальных физических характеристик, выбрав размерности всего нескольких основных физических величин. В качестве основных единиц Гаусс принял размерности фундаментальной триады «пространство (L) – масса (M) – время (T)». Разработку «абсолютной системы единиц» LMT Гаусса продолжил в 1860-е годы Вильям Томсон (лорд Кельвин), добившийся всемирного признания системе CGS, которая используется до сих пор.

В 1881 году Международный конгресс электриков принял единую систему единиц для электрических и магнитных измерений. При этом исходили из того, что якобы невозможно выразить электрические и магнитные величины через первичные понятия (метр, килограмм, секунда), которых достаточно для описания всех механических явлений. При этом в СИ были стандартизированы семь единиц, ни одну из которых, как считается, нельзя выразить через другие: секунда, килограмм, метр, Ампер, Кельвин, моль и кандела.

С этой точкой зрения трудно согласиться. Ведь в своей работе по электродинамике мы часто наблюдаем точные аналогии с механикой. Поэтому задачей настоящего параграфа является выражение ампера в механических терминах и тем самым явная формулировка упомянутых аналогий между электродинамическими и механическими явлениями.

Деление размерностей физических величин на два класса: основные и производные, которые составлены из основных единиц, неоднозначно. Предположение, что трех понятий достаточно для представления размерностей всего множества физических характеристик, основано на древнем метафизическом принципе достаточности триадного представления целостности. Конечно, для

практических задач ограничиться триадным принципом или теоремой о покрытиях симплексами, на которую иногда ссылаются, не всегда удается. Не удалось это сделать и в системе СИ, в которую фактически входит еще радиан. Так что основных единиц в классической механике на самом деле четыре. Рассмотрим вопрос более подробно.

II. Механические системы единиц в электродинамике

В соответствии с законом Всемирного Тяготения масса M на расстоянии r создает статическое гравитационное поле:

$$G = \gamma M / r^2.$$

Учитывая, что гравитационная постоянная γ имеет размерность $\text{м}^3/\text{кг}\cdot\text{с}^2$, получим, что статическое гравитационное поле имеет размерность ускорения $\text{м}/\text{с}^2$.

Электрический заряд q на расстоянии r создает статическое электрическое поле:

$$E = q / 4\pi\epsilon_0 r^2.$$

Однако о его механической размерности мы ничего не можем сказать, пока не определим механическую размерность заряда q .

Если бы это удалось, мы получили бы четкую, формульную связь между механикой и электродинамикой и, в частности, между гравитацией и электричеством. В §6 будет представлен строгий вывод того факта, что электрический заряд имеет механическую размерность $\text{кг}/\text{с}$, а электрическое поле размерность скорости $\text{м}/\text{с}$. Электрическая постоянная ϵ_0 имеет размерность массовой плотности $\text{кг}/\text{м}^3$.

В том же параграфе мы покажем, как описать гравитационное поле уравнениями максвелловского типа, в которых, однако, вместо первых производных по времени фигурируют вторые. Это означает, в частности, что гравитационное поле понимается как поле ускорений в отличие от электрического поля, которое является полем скоростей. Соответственно эти поля характеризуются константами размерности ускорения для гравитационного и размерности скорости (скорость света) для электрического поля. При этом для гравитационного поля сохраняются естественные механические размерности, в частности, его зарядом является масса, а само поле имеет размерность ускорения. В электродинамике используются несколько систем размерностей. В известных автору случаях специалисты, использующие ту или иную систему, являются ее горячими сторонниками и не видят проблем с ее использованием.

Конечно, можно сказать, что физику вообще и электродинамику в частности можно изучать на любом языке: хоть на английском, хоть на русском, хоть на китайском. Тем не менее, есть единственный, выделенный язык, на котором лучше всего работает наша интуиция, на котором точнее всего формулируются наши утверждения, на котором мы лучше всего понимаем взаимосвязь явлений.

Это наш родной язык.

Есть ли такой язык у физиков? Представляется, что да. Таким языком, несомненно, является язык механики. Поэтому упомянутый выше способ описания гравитационного поля надо считать естественным, тогда как все ныне принятые системы размерностей в электродинамике неудовлетворительными. Если электрическое поле является полем скоростей, т. е. оно имеет размерность скорости, то все электродинамические величины получают механические размерности. В частности электрический заряд имеет размерность кг/с, т. е. является производной по времени от массы. В разное время разные авторы приходили к этому выводу, иногда исходя из совсем других соображений. Упомянем здесь работы Ацюковского [24] и Пруссова [25]. Но для количественного анализа нам, конечно, мало знать размерности описываемых объектов, нам надо перевести принятые электродинамические величины в величины механические. Вот что пишет на стр. 49 работы [24] В.А. Ацюковский, рассуждая на эту тему. Он приходит к выводу, что электрическая постоянная ϵ_0 имеет смысл массовой плотности эфира ρ , что размерность фарада соответствует размерности кг/м² и т. к. $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м, то, делает он вывод, ρ должно быть равно 8.85×10^{-12} кг/м³.

Но в этом рассуждении имеется один логический порок: ведь из того, что емкость измеряется в фарадах и в кг/м² вовсе не следует, что $1 \text{ Ф} = 1 \text{ кг/м}^2$. А именно соотношение между единицами и надо узнать, чтобы перевести одно в другое. Ведь из того, что масса измеряется в килограммах и граммах еще не следует, что $1 \text{ г} = 1 \text{ кг}$. Поэтому и последующие численные оценки в книге Ацюковского оказываются неестественными. Ответ на вопрос должен нам дать эксперимент, в котором сравниваются именно электрические и гравитационные силы.

Известно, что отношение сил электрического отталкивания и гравитационного притяжения двух электронов

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m^2} = 4.1659 \times 10^{42}. \quad (3.2.1)$$

Чтобы воспользоваться этим соотношением, нам надо принять некоторую модель элементарной частицы вообще и электрона в частности. Многими авторами (кроме уже упоминавшихся Ацюковского и Пруссова, отметим здесь Ф.М. Канарева [27]) были предложены модели элементарных частиц в виде тора. Частицы эфира, зачеркивающие тор, совершают два вращательных движения: в экваториальной и меридиональной плоскостях. На этом сходство в моделях упомянутых авторов и автора данной статьи заканчивается: этим вращениям придается различный физический смысл. Автор данной статьи считает, что экваториальное вращение тора задает заряд, а меридиональное вращение – спин частицы.

Так что заряд электрона

$$q = m\omega, \quad (3.2.2)$$

где m – масса, а ω – угловая скорость экваториального вращения тора. Такой вид заряда является естественным следствием представления о переносном движении в кинематике. Напомним, что там скорость переносного движения массивной точки связывается с вращением и описывается векторным произведением радиус-вектора и угловой скорости.

Подставив (3.2.2) в (3.2.1), получим

$$\frac{\omega^2}{4\pi\gamma\epsilon_0} = 4.1659 \times 10^{42}. \quad (3.2.3)$$

Нам теперь придется сделать некоторые предположения о соотношении между гравитационной постоянной $4\pi\gamma$ и электрической постоянной ϵ_0 . В главе 2 будет показано, что электрическое поле является частным случаем гравитационного, так что константа в законе всемирного тяготения и величина, обратная ϵ_0 в законе Кулона должны быть численно равны друг другу (возможно, с точностью до 2π). Разница же в размерностях вызвана разностью в размерностях электрического заряда и массы, а разница в величине статических сил – величиной угловой скорости ω в (3.2.3).

Напомним, что величина, обратная гравитационной постоянной $1/\gamma$ имеет размерность $\text{кг}/\text{м}^3\text{с}^2$, а механическая размерность ϵ_0 $\text{кг}/\text{м}^3$.

Предположение:

$$8\pi^2\gamma\epsilon_0 = 1 \frac{\text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (3.2.4)$$

Справа здесь стоит квадрат единичной угловой скорости. Другими словами мы предполагаем, что $1/4\pi\gamma$ и ϵ_0 численно совпадают с точностью до 2π .

С учетом (3.2.4) из (3.2.3) получаем

$$\omega_e = 8.1426 \times 10^{20} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (3.2.5)$$

Отметим, что это число близко к комптоновской угловой скорости электрона

$$\omega_C = \frac{c}{\lambda_C} = 7.7634 \times 10^{20} \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad (3.2.6)$$

где λ_C – комптоновская длина волны электрона. Электрические эксперименты существенно точнее гравитационных. Поэтому в дальнейшем за угловую скорость массы, создающую электрон, примем (3.2.6).

Поскольку масса электрона

$$m_e = 9.1094 \times 10^{-31} \text{ кг}, \quad (3.2.7)$$

получаем, что заряд электрона

$$q = 7.072 \times 10^{-10} \frac{\text{кг} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (3.2.8)$$

Он в то же время равен 1.6022×10^{-19} Кулона, так что

$$1 \text{ Кулон} = 4.414 \times 10^9 \frac{\text{кг} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (3.2.9)$$

Электрическая постоянная ϵ_0 в системе СИ имеет вид

$$\epsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \frac{\text{с}^4 \text{А}^2}{\text{м}^3 \text{кг}}. \quad (3.2.10)$$

Но один Ампер численно равен одному Кулону. Следовательно, с учетом (3.2.8)

$$\epsilon_0 = 1.7251 \times 10^8 \frac{\text{кг} \cdot \text{рад}^2}{\text{м}^3}. \quad (3.2.11)$$

Таким образом, электрическое поле E имеет размерность $\text{м}/(\text{с} \cdot \text{рад})$, т. е. является полем скоростей. Ранее, следуя не лучшей традиции, мы не упоминали размерность угла в записи величины электрона, электрической постоянной и электрического поля. Здесь они обязаны появиться по нашему построению. В дальнейшем мы будем стараться не опускать эту важную размерность, свидетельствующую, что исследуемая величина описывает некоторое вращение, наряду с прямолинейным движением, о чем свидетельствует размерность длины – метр.

Используя полученные значения, можно выразить все электромагнитные величины в механических размерностях. В частности, магнитная постоянная

$$\mu_0 = 6.4498 \times 10^{-26} \frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{рад}^2}. \quad (3.2.12)$$

Электрическая постоянная имеет смысл массовой плотности свободного эфира, а магнитная постоянная – его сжимаемости. Импеданс свободного пространства

$$I = \frac{1}{c\epsilon_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 1.9336 \times 10^{-17} \frac{\text{м}^2 \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot \text{рад}^2}. \quad (3.2.13)$$

Значения этих и других электродинамических величин в механических размерностях приведены ниже.

Таблица 1. Электрические величины

Наименование величины	Единицы СИ	Механическая размерность	Величина
Сила электрического тока	А	кг·рад/с ²	4.414×10^9

Количество электричества, заряд	$A \cdot c = \text{Кл}$	$\text{кг} \cdot \text{рад}/c$	4.414×10^9
Электрический потенциал, напряжение, ЭДС	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (A \cdot c^3) = \text{В}$	$\text{м}^2 / (c \cdot \text{рад})$	2.227×10^{-10}
Напряженность электрического поля	$\text{кг} \cdot \text{м} / (A \cdot c^3) = \text{В}/\text{м}$	$\text{м} / (c \cdot \text{рад})$	2.266×10^{-10}
Абсолютная диэлектрическая проницаемость	$A^2 \cdot c^4 / (\text{кг} \cdot \text{м}^3) = \Phi/\text{м}$	$\text{кг} \cdot \text{рад}^2 / \text{м}^3$	1.948×10^{19}
Электрический момент диполя	$A \cdot c \cdot \text{м} = \text{Кл} \cdot \text{м}$	$\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{рад}/c$	4.414×10^9
Электрическое смещение	$A \cdot c / \text{м}^2 = \text{Кл}/\text{м}^2$	$\text{кг} \cdot \text{рад} / (c \cdot \text{м}^2)$	4.414×10^9
Поляризованность	$A \cdot c / \text{м}^2 = \text{Кл}/\text{м}^2$	$\text{кг} \cdot \text{рад} / (c \cdot \text{м}^2)$	4.414×10^9
Электрическая емкость	$A^2 \cdot c^4 / (\text{кг} \cdot \text{м}^2) = c/\text{Ом} = \Phi$	$\text{кг} \cdot \text{рад}^2 / \text{м}^2$	1.948×10^{19}
Плотность тока	$A/\text{м}^2$	$\text{кг} \cdot \text{рад} / (c^2 \cdot \text{м}^2)$	4.414×10^9
Электрическое сопротивление	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (A^2 \cdot c^3) = \text{В}/A = \text{Ом}$	$\text{м}^2 \cdot c / (\text{кг} \cdot \text{рад}^2)$	5.133×10^{-20}
Электрическая проводимость	$A^2 \cdot c^3 / (\text{кг} \cdot \text{м}^2) = 1/\text{Ом} = \text{См}$	$\text{кг} \cdot \text{рад}^2 / (\text{м}^2 \cdot c)$	1.948×10^{19}
Удельное электрическое сопротивление	$\text{кг} \cdot \text{м}^3 / (A^2 \cdot c^3) = \text{Ом} \cdot \text{м}$	$\text{м}^3 \cdot c / (\text{кг} \cdot \text{рад}^2)$	5.133×10^{-20}
Удельная электрическая проводимость	$A^2 \cdot c^3 / (\text{кг} \cdot \text{м}^2) = \text{См}/\text{м}$	$\text{кг} \cdot \text{рад}^2 / (\text{м}^3 \cdot c)$	1.948×10^{19}
Полная мощность	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / c^3 = \text{В} \cdot A = \text{Вт}$	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / c^3$	0.99
Активная мощность			
Реактивная мощность	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / c^3 = \text{вар}$	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / c^3$	0.99

Таблица 2. Магнитные величины

Наименование величины	Единицы СИ	Механическая размерность	Величина
Магнитный поток	$\text{кг} \cdot \text{м}^2 / (A \cdot c^2) = \text{В} \cdot c = \text{Вб}$	$\text{м}^2 / \text{рад}$	2.266×10^{-10}
Магнитная индукция	$\text{кг} / (A \cdot c^2) = \text{В} \cdot c / \text{м}^2 = \text{Тл}$	$1/\text{рад}$	2.266×10^{-10}
Абсолютная магнитная проницаемость	$\text{кг} \cdot \text{м} / (A^2 \cdot c^2) = \text{Гн}/\text{м}$	$\text{м} \cdot c^2 / (\text{кг} \cdot \text{рад}^2)$	5.133×10^{-20}

Магнитный момент электрического тока, магнитный момент диполя	$A \cdot m^2$	$кг \cdot м^2 \cdot рад/с^2$	4.414×10^9
Намагниченность	$A/м$	$кг \cdot рад/(м \cdot с^2)$	4.414×10^9
Напряженность магнитного поля	$A/м$	$кг \cdot рад/(м \cdot с^2)$	4.414×10^9
Индуктивность, взаимная индуктивность	$кг \cdot м^2/(A^2 \cdot с^2) = Ом \cdot с = Гн$	$м^2 \cdot с^2/(кг \cdot рад^2)$	5.133×10^{-20}
Магнитодвижущая сила, разность скалярных магнитных потенциалов	A	$кг \cdot рад/с^2$	4.414×10^9
Магнитное сопротивление	$с^2 \cdot A^2/(м^2 \cdot кг) = A/Вб$	$кг \cdot рад^2/(м^2 \cdot с^2)$	1.948×10^{19}
Магнитная проводимость	$м^2 \cdot кг/(с^2 \cdot A^2) = Гн$	$м^2 \cdot с^2/(кг \cdot рад^2)$	5.133×10^{-20}
Векторный магнитный потенциал	$кг \cdot м/(A \cdot с^2) = Вб/м$	$м/рад$	2.266×10^{-10}

Радиян в научных работах часто опускается, но отбрасывание понятия угла поворота может привести к искажению физического смысла рассуждений. Думается, что его надо считать столь же важной единицей как метр и секунда. Поэтому он включен явно во все формулы, где необходимо.

Физический смысл импеданса (3.2.13) – это сопротивление движению. Однако его механическая размерность, как следует из таблицы, является не кинематическая вязкость, а кинематическая вязкость отнесенная к амперу.

Домножив (3.2.13) на 1 Ампер, мы получим величину кинематической вязкости эфира

$$v = I \cdot 4.414 \times 10^9 \frac{кг \cdot рад}{с^2} = 8.5349 \times 10^{-8} \frac{м^2}{с \cdot рад} = 376.73 В. \quad (3.2.14)$$

Домножив (3.2.13) на плотность эфира, получим его динамическую вязкость

$$\eta = v \epsilon_0 = 14.7235 \frac{кг \cdot рад}{м \cdot с}. \quad (3.2.15)$$

III. Сравнение с энергетическим подходом

Сравним подход к проблеме размерностей с наиболее известным в настоящее время «энергетическим» подходом.

На заседании Академии наук в Берлине 18 мая 1899 года Макс Планк сделал доклад «О необратимых процессах излучения», в котором он указывал на

существование двух новых универсальных констант, которые он называл « a » и « b ». Впоследствии константа « a » получила имя Планка, а константа $k_B = b/a$ стала константой Больцмана [28]. Читатель, дошедший до главы 3 настоящей книги увидит, что постоянная Больцмана имеет смысл заряда электрона и имеет механическую размерность кг/с. В заключительной части своего доклада Планк предложил ввести «естественные единицы» измерения (помимо своих констант a и b он предлагал использовать также гравитационную постоянную G и скорость света c). Подводя итоги своего доклада Планк писал: *«Эти единицы сохраняют свое естественное значение до тех пор, пока справедливы законы тяготения, оба начала термодинамики и пока остается неизменной скорость распространения света в вакууме. Поэтому, будучи измеренными самими разными интеллектами посредством самых разных методов, они будут иметь всегда одно и то же значение».*

Это предложение Планка не было поддержано современниками, и его предали забвению более чем на столетия. Однако сама идея Планка о введении «естественных» единиц с помощью фундаментальных констант нашла последователей, и в 1930-х годах в квантовой физике получили признание «системы атомных единиц», основанные на сочетаниях констант: $\{e; \hbar; m_e = 1\}$ и $\{c; \hbar; m_e = 1\}$. Последнее сочетание констант определяет «естественную единицу» энергии nu ("natural unit"), связанную с основными единицами системы СИ соотношениями: $1 \text{ Дж} = 1.223 \times 10^{13} \text{ nu}$; $1 \text{ м} = 2.58 \times 10^{12} \text{ nu}$; $1 \text{ с} = 7.764 \times 10^{20} \text{ nu}$.

Рассмотрим идею «энергетического» описания электродинамических величин более подробно.

Заметим, что произведение Вольт на Кулон и Вебер на Ампер равны одному Джоулю и имеет размерность энергии, т. е. в системе СИ $\text{кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2$. Приравняем гравитационную постоянную единице

$$G [\text{м}^3 / \text{кг} \cdot \text{с}^2] = 1 \quad (3.3.1)$$

и выразим отсюда величину килограмма:

$$1 \text{ кг} = 6.673 \times 10^{-11} \text{ м}^3 / \text{с}^2. \quad (3.3.2)$$

Тогда энергия будет иметь размерность $\text{м}^5 / \text{с}^4$, а

$$1 \text{ Дж} = 6.673 \times 10^{-11} \text{ м}^5 / \text{с}^4. \quad (3.3.3)$$

Мы могли бы пойти и дальше, с помощью скорости света выразить метры через секунды и, как это говорилось выше, прийти к энергетическим единицам nu . Но мы не можем в (3.3.3) отделить размерность Ампера от размерности Вебера, размерность Кулона от размерности Вольта. Реальные же приборы дают нам показания не в джоулях или nu , но в Вольтах и Амперах, Кулонах и Веберах. А выразить их отдельно энергетические единицы не дают возможности. Так что не даром отцы механики (а значит и всей физики) исходили из размерностей (кг, м, с, рад). Они понимали, что нам для нахождения скорости надо диффе-

ренцировать расстояние по времени (а не наоборот), чтобы описать вращение нам надо найти отношение угла поворота ко времени, а чтобы понять, как изменяется функция в пространстве, надо посчитать ее градиент.

Мировые константы, конечно, дают естественный способ более точного определения метра, но ту же скорость света, хотим мы того или нет, мы сначала измеряем в метрах и секундах, а уж потом проделываем какие-то манипуляции с ней. И конечно энергетические единицы целиком подавляют «физическую интуицию», которую профессионал набирает в практической работе.

Выше мы исходили из идеи в некотором смысле симметричной: не только не изменять ныне принятые единицы механики, но сохранить их, распространив на электромагнитные понятия. Такое распространение сохраняет традиционную интуицию профессионала-физика, помогая ему проводить аналогии между электродинамикой и традиционными разделами механики, такими как гидромеханика, теория упругости и т. д.

Дальнейшее развитие этих идей дает возможность по-новому взглянуть и на проблемы термодинамики.

§ 4. ВОЛНОВОЕ РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА И КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

I. Гравитационная модель электрона

Пусть вектор \mathbf{R} – радиус-вектор из центра большей окружности, задающей тора, к точкам этой окружности, а \mathbf{p} – радиус-вектор из центров малых окружностей к точкам этих окружностей. Пусть псевдовекторы $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\Omega}$ – угловые скорости вращения этих окружностей (см. §6, раздел 10).

Введем основные характеристики электрона. Угловой момент вращения электрона

$$\mathbf{S} = \mathbf{R} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p}) = \boldsymbol{\omega} \cdot (\mathbf{R} \cdot \mathbf{p}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot R^2 = \frac{1}{2} \mathbf{h}, \quad (4.1.1)$$

$$|\mathbf{S}| = 0.527 \times 10^{-34} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с} \quad (4.1.2)$$

составляет половину скалярной постоянной Планка.

Отметим, что, по-видимому, первым вопрос о необходимости векторного истолкования постоянной Планка поставил Ф.М. Канарев [32]. В данном случае, по-видимому, лучше говорить о псевдовекторе.

Псевдовектор \mathbf{h} в (4.1.1) направлен по угловой скорости вращения большей окружности тора и пропорционален ей.

Ниже будет показано, что $\boldsymbol{\omega}$ всегда направлена или параллельно или антипараллельно скорости движения электрона. Поэтому \mathbf{h} постоянен по модулю и принимает только два значения: плюс или минус в зависимости от того, по какой из нормалей к экваториальной плоскости тора совершается движение. Других возможностей у \mathbf{h} нет, что и объясняет известные затруднения при интерпретации постоянной Планка.

Электрический заряд тора определяется соотношением

$$\mathbf{e} = \pm m \frac{\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\Omega}}{|\boldsymbol{\Omega}|}. \quad (4.1.3)$$

Знак выражения справа определяется направлением вращения малой окружности. Можно показать, что электрический заряд тора определяется тем, какой винт правый или левый $\boldsymbol{\omega}$ составляет с $\boldsymbol{\Omega}$. Но, если знак \mathbf{h} определяется по отношению к скорости движения электрона, то его заряд не зависит от движения, а является внутренней характеристикой электрона. Какой знак соответствует электрону, предстоит еще выяснить. Для определенности в дальнейшем выберем знак плюс. Напомним, что электрическое поле имеет размерность скорости на радиан, а магнитное поле имеет смысл угла поворота, т. е. имеет размерность 1/радиан.

Иногда следуя, конечно, не лучшей традиции, мы будем говорить, что магнитное поле безразмерно, а электрическое поле имеет размерность скорости, не упоминая радиан.

В целом электромагнитное поле оказывается просто специальным случаем поля гравитационного.

Вычислим энергию электрона. Энергия его экваториального вращения

$$K_1 = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 = \frac{1}{2} m c^2.$$

Кинетическая энергия его меридионального вращения

$$K_2 = \frac{1}{2} m \rho^2 \Omega^2 = \frac{1}{2} m c^2.$$

Суммарная кинетическая энергия

$$K = K_1 + K_2 = m c^2.$$

К этому же результату придем другим путем

$$\mathbf{h} \cdot \boldsymbol{\omega} = m c^2. \quad (4.1.4)$$

Введем теперь некоторые понятия, которые нам потребуются в следующих параграфах. Выше отмечалось, что $|\mathbf{R}|$ совпадает с комптоновской длиной волны электрона и таким образом может рассматриваться как длина волны электрона.

Пусть в выбранной системе координат вектор

$$\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3). \quad (4.1.5)$$

Если бы волна, создаваемая электроном, была монохроматической плоской волной, то было бы необходимо ввести волновой вектор, параллельный скорости движения электрона \mathbf{v} . Вихревой характер электрона делает необходимым

для описания волн электрона введение нормального вектора

$$\mathbf{p} = \left(\frac{2\pi}{R_1}, \frac{2\pi}{R_2}, \frac{2\pi}{R_3} \right), \quad |\mathbf{p}| = \frac{2\pi}{|\mathbf{R}|}, \quad \mathbf{p} \perp \mathbf{R}. \quad (4.1.6)$$

Это удобно потому, что по гидродинамическим соображениям вихрь описанного выше типа должен двигаться по нормали к своей экваториальной плоскости. Ввиду громоздкости и недостаточной разработанности соответствующей теории это обоснование не будет здесь приводиться. Просто сформулируем.

Предположение 1. Скорость движения электрона как целого всегда перпендикулярна его экваториальной плоскости, а, следовательно, вектору \mathbf{p}

$$\mathbf{p} \perp \mathbf{v}. \quad (4.1.7)$$

Это предположение будет использоваться во всех выкладках следующих параграфов. Соответствие полученных результатов эксперименту является оправданием предположения (4.1.7).

Для упрощения выкладок всюду ниже скорость движения электрона будем считать постоянной.

Предположение 2.

$$\mathbf{v} = \text{const}. \quad (4.1.8)$$

Это предположение, конечно, весьма ограничительно для электрона, который является, пожалуй, главным объектом рассмотрения в данной статье.

Предположение 1 дает возможность для нас более четко отделить понятие спина и понятие электрического заряда электрона. Они оба псевдовекторы и обе пропорциональны угловым скоростям $\boldsymbol{\omega}$ и $\boldsymbol{\Omega}$. Однако спин направлен по угловой скорости большей окружности, что по предположению 1 означает, что он или же параллелен или же антипараллелен скорости. Поэтому его знак, а, следовательно, и сам спин, определен и в статике, и в динамике. В этом смысле спин является как динамической, внешней характеристикой электрона, так и его внутренней характеристикой.

Заряд (4.1.3) направлен по радиусу \mathbf{R} внутрь или вовне, или, если угодно, по нормальному вектору \mathbf{p} . Он тоже может быть только двух знаков. Однако это чисто внутренняя характеристика электрона, не зависящая от его движения. Электрический заряд – полярный вектор. Поэтому заряд адекватно характеризуется скаляром: модулем вектора и знаком при нем, что использовано в дальнейшем. Для характеристики же спина требуется дополнительно указать направление вектора скорости электрона, если электрон движется.

II. Волновая форма обобщенных уравнений Максвелла

Для того чтобы от описания полей, создаваемых движущимися электронами, перейти к описанию волны, порождаемой таким движением, нам придется

от вещественных уравнений (2.2.2)–(2.2.5) перейти к следующей системе комплексных уравнений

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\}, \quad (4.2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (4.2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = -\frac{i\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\}, \quad (4.2.3)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt}. \quad (4.2.4)$$

Здесь i – мнимая единица, ω – упомянутая в предыдущем параграфе угловая скорость вращения тора электрона, она же де-бройлевская частота покоящегося электрона (mc^2/\hbar), \mathbf{r} – радиус-вектор из начала координат к электрону, \mathbf{p} – нормальный вектор, определенный в предыдущем параграфе. Прямой подстановкой проверим, что комплексные функции

$$\mathbf{E} = \omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] + \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}}{p^2}, \quad (4.2.5)$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] - \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}}{p^2}, \quad (4.2.6)$$

удовлетворяют системе (4.2.1)–(4.2.4). Прежде чем перейти к проверке, обратим внимание на особенности функций (4.2.5)–(4.2.6). Эти функции задают две волны. Одна бегущая. Ее амплитуда является суммой двух взаимно перпендикулярных векторов: один направлен по скорости движения, другой перпендикулярно этой скорости. Вторая волна стоячая, ее колебания не зависят от времени и движения. Векторная амплитуда этой волны направлена перпендикулярно плоскости, задаваемой амплитудами бегущей волны.

Проверим теперь прямой подстановкой, что функции (4.2.5) и (4.2.6) действительно являются решениями системы (4.2.1)–(4.2.4).

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] \cdot \mathbf{p} + i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{p}}{p^2} = \\ &= i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\}. \end{aligned} \quad (4.2.7)$$

Первое слагаемое здесь равно нулю, так как \mathbf{p} перпендикулярен векторам в квадратной скобке. Аналогично проверяется равенство (4.2.3).

Проверим равенство (4.2.2). С учетом (4.1.1) имеем

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \mathbf{p} \times \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] + i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p} \times \mathbf{p}}{p^2}.$$

Второе слагаемое здесь, очевидно, равно нулю. В первом слагаемом, поскольку

$$\mathbf{p} \times \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] = - \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{\omega} + \frac{\mathbf{v}}{c} \right]$$

получим

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{\omega} + \frac{\mathbf{v}}{c} \right]. \quad (4.2.8)$$

С другой стороны

$$\begin{aligned} -\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{\omega}{c} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \left\{ \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right] + \right. \\ \left. + \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}}{p^2} \right\} - \frac{i\omega^2}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right]. \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

Здесь первое слагаемое справа от знака равенства представляет собой конвективную производную от B . Оно равно нулю, поскольку

$$\nabla (\exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}) = i\mathbf{p} (\exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}).$$

а вектор \mathbf{p} перпендикулярен \mathbf{v} . Это значит, что при фиксированном t волна движется вдоль поверхностей уровня $\mathbf{E}(x_1, x_2, x_3, t) = \text{const}$ и $\mathbf{B}(x_1, x_2, x_3, t) = \text{const}$. Условие $\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ во всякий момент t задает эту поверхность в пространстве. В рассматриваемом случае это просто плоскость. Подчеркнем: траектория движения лежит в этой плоскости, тогда как для плоской волны траектория движения перпендикулярна такой плоскости. Ненулевым справа от знака равенства в (4.2.9) остается только второе слагаемое, являющееся частной производной по времени от \mathbf{B} . Выделяя в скалярном множителе множитель ω/c и домножая на него векторную амплитуду в квадратных скобках, получим равенство с функцией (4.2.8), так как $\omega/p^2 c^2 = 1/\omega$.

В бегущей волне, задаваемой первым слагаемым в функциях (4.2.5) и (4.2.6), колебания происходят как в продольном, так и в поперечном направлениях. Эта волна очевидно равна нулю, если электрон покоится ($\mathbf{v} = 0$). Стоячая волна, задаваемая вторым слагаемым в функциях (4.2.5) и (4.2.6), зависит лишь от пространственных координат, она не движется в пространстве ни с какой скоростью, а существует постоянно. Именно это слагаемое порождает кулоново взаимодействие зарядов. Поэтому можно сказать, что кулонова сила – дальнедействующая, в отличие взаимодействий, связанных с движением зарядов, которые

распространяются в эфире со скоростью звука (света). В целом же волны (4.2.5) и (4.2.6) существенно трехмерны и не могут быть описаны плоской монохроматической волной.

Мы проверили, что функции (4.2.5)–(4.2.6) удовлетворяют равенствам (4.2.1)–(4.2.2). Для равенств (4.2.3)–(4.2.4) проверка проводится аналогично.

III. Фотон

Фундаментальным отличием фотона от электрона является отсутствие у него электрического заряда. Чтобы представить себе фотон зрительно, рассмотрим результаты экспериментов по аннигиляции пары электрон-позитрон. Согласно принятой выше модели электрон и позитрон отличаются направлением меридионального вращения относительно их экваториального вращения. Они оба двигаются по нормали к своей экваториальной плоскости. При этом возможны контакты следующего вида.

1. Направления их экваториального вращения совпадают. Или, что то же самое, их спины сонаправлены. Тогда при контакте должен произойти разрыв торов за счет противоположного направления их меридиональных вращений. С ростом энергии столкновения число образовавшихся при этом цилиндров (новых частиц) должно увеличиваться.

2. Направление экваториального вращения электрона и позитрона противоположно (суммарный спин равен нулю). Происходит разрыв каждого из торов в точке соприкосновения за счет противоположного направления экваториальных вращений. Получаются два цилиндра (фотона), вращающихся вокруг своих осей. При малых энергиях столкновения, по-видимому, возможны случаи, когда обе частицы сохраняют тороидальную форму, но взаимно гасят экваториальное вращение, теряют заряд и превращаются в фотон.

Для спина фотона вместо равенства (4.1.1) получим

$$\mathbf{S} = \mathbf{R} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}) = \boldsymbol{\omega} R^2 = \mathbf{h}.$$

Сказанное вынуждает нас принять в качестве модели фотона цилиндр, вращающийся вокруг своей оси и осциллирующий вдоль нее. Отметим, что принятая модель не более чем образ, долженствующий дать читателю некоторую «зрительную зацепку». Формальный аппарат, к описанию которого мы переходим, работает и в случае, если фотон – это тор без экваториального вращения. Тогда продольные осцилляции получают смысл осцилляций малого радиуса тора. Адекватную же модель, судя по всему, удастся получить только в терминах комплексных чисел или, скорее всего, кватернионов.

Перейдем к формальному описанию фотона. Поскольку он лишен заряда, описывающие его уравнения должны иметь вид

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \tag{4.3.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}, \quad (4.3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.3.3)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{d\mathbf{E}}{dt}. \quad (4.3.4)$$

Методами предыдущего раздела проверяется, что решениями этой системы являются функции

$$\mathbf{E} = \omega \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right], \quad (4.3.5)$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\} \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right]. \quad (4.3.6)$$

Здесь полужирным \mathbf{c} обозначается векторная скорость фотона.

В формулах (4.3.5)–(4.3.6) от волны, создаваемой движущимся электроном, осталась только бегущая волна. Как и в волнах (4.2.5) и (4.2.6), она задает крутильные колебания в плоскости, перпендикулярной скорости движения, и продольные колебания вдоль движения. Зрительно это можно себе представить как вращение цилиндра-фотона вокруг своей оси и продольные колебания вдоль нее. Ось цилиндра направлена по скорости движения.

Конечно, фотоны порождаются не только при аннигиляции электрических зарядов. Необходимые и достаточные условия их появления еще предстоит найти. В целом можно сказать, что появление фотонов связано с завихрениями эфира, которые проистекают по весьма различным причинам. Соответственно в вихри втягиваются различные массы из эфира. Различны и размеры и угловые скорости вращений в фотоне-вихре. Посмотрим, как они должны выглядеть, чтобы удовлетворять известным экспериментальным фактам.

Поскольку электрического заряда у фотона нет, у него остается только угловая скорость вращения цилиндра, которая и создает спин. Так что должно выполняться равенство

$$\frac{m}{p^2} \boldsymbol{\omega} = \mathbf{h}. \quad (4.3.7)$$

Здесь m – масса фотона, втянутая в вихрь из эфира при его образовании, \mathbf{p} – нормальный вектор, направленный от оси цилиндра и перпендикулярный скорости, $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости, \mathbf{h} – векторная постоянная Планка.

Опыт показывает, что и для фотонов самой различной массы между этой массой, частотой осцилляции и длиной волны или, что то же самое, величиной радиуса цилиндра, существует такая взаимосвязь, что выполняется равенство

(4.3.7). Причина этого остается таинственной. Мы можем только фантазировать здесь, например, предположив, что масса не существует в эфире готовой, а создается в ходе завихрения. И равенство (4.3.7) есть просто условие ее появления. Так что странная идея, что масса покоя у фотона равна нулю, оказывается не такой уж дикой. Тогда не исключено, что существует некая минимальная масса, меньше которой не может быть создано. А тогда для достаточно длинных волн описание (4.3.1)–(4.3.4) уже не будет адекватным и станет корректным описанием, например, в виде традиционной плоской волны. То же относится и к некоторой максимальной массе. Не исключено, что для фотонов существует некая максимальная частота и соответственно максимальная масса. Процессы с большей частотой надо тогда описывать каким-то новым способом. Понимание этого объяснило бы тогда и тот факт, что масса протона намного больше массы электрона.

Поэтому примем равенство (4.3.7) как не выводимый нами факт со ссылкой на эксперимент. Домножив (4.3.7) скалярно на ω , получим

$$\frac{m\omega^2}{p^2} = mc^2 = \hbar \cdot \omega. \quad (4.3.8)$$

К этому же результату мы придем непосредственно, исходя из вида полей (4.3.5) и (4.3.6). Найдем работу, производимую этими полями. Эта работа должна определить энергию фотона (4.3.8), полученную из (4.3.7).

Пусть \mathbf{E}^* – функция, сопряженная \mathbf{E} . Тогда

$$\mathbf{E}\mathbf{E}^* = \omega^2 \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right]^2 = 2c^2. \quad (4.3.9)$$

Кинетическая энергия электрического поля

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{E}\mathbf{E}^* = mc^2. \quad (4.3.10)$$

К ней должна добавиться энергия магнитного поля, точнее, та ее часть, которая порождается проекцией поля \mathbf{V} на направление поля \mathbf{E} , поскольку сила, перпендикулярная \mathbf{E} , работы совершать не будет. Может создаться впечатление, что векторы (4.3.5) и (4.3.6) коллинеарны. Проверим это, скалярно перемножив их векторные амплитуды, задаваемые квадратными скобками в (4.3.5) и (4.3.6)

$$\left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} + \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right] \cdot \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right] = \left[\frac{(\mathbf{p} \times \mathbf{c})^2}{p^4 c^2} - \frac{c^2}{\omega^2} \right] = \left[\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2} \right] = 0.$$

Другими словами $\mathbf{E} \perp \mathbf{V}$, то есть сила, создаваемая \mathbf{V} , не будет совершать работы, и в эксперименте по определению энергии фотона не проявится. Окончательно энергия фотона будет задаваться формулой (4.3.10). Мы могли бы, конечно, начать с вычисления энергии магнитного поля

$$c^2 \mathbf{B} \mathbf{B}^* = \omega^2 \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{c}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{c}}{\omega} \right]^2 = 2c^2.$$

Теперь уже энергия электрического поля оказалась бы не проявленной, и мы снова пришли бы к формуле (4.3.10).

Ясен физический смысл полученного результата: кинетическая энергия фотона удваивается за счет колебаний в двух перпендикулярных направлениях.

Интересно сравнить это с энергией электрона. Используя вид электрического поля (4.2.5), получим для электрона

$$\mathbf{E} \mathbf{E}^* = \omega^2 \left[\frac{\mathbf{p} \times \mathbf{v}}{p^2 c} - \frac{\mathbf{v}}{\omega} \right]^2 + \frac{\omega^2}{p^2} = 2v^2 + c^2. \quad (4.3.11)$$

Кинетическая энергия электрического поля электрона

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{E} \mathbf{E}^* = mv^2 + \frac{1}{2} mc^2. \quad (4.3.12)$$

Однако электрическое и магнитное поля электрона (4.2.5) и (4.2.6) содержат и коллинеарную компоненту, а именно постоянное поле, направленное по \mathbf{p} , которое добавится к энергии электрического поля. Для электрона эта компонента магнитного поля

$$\mathbf{B} = \frac{\omega}{c} \exp\{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}}{p^2},$$

$$c^2 \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^* = \frac{1}{2} mc^2.$$

Его кинетическая энергия

$$K = \frac{1}{2} m \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}^* = \frac{1}{2} mc^2. \quad (4.3.13)$$

Складывая (4.3.12) и (4.3.13) для электрона в целом получим

$$K = mv^2 + mc^2. \quad (4.3.14)$$

Как и в случае фотона, мы могли бы начать не с электрического, а с магнитного поля и получить тот же самый результат.

В (4.3.14) первое слагаемое определяет вклад в энергию электрона от его движения. Второе слагаемое – энергия покоящегося электрона.

У читателя может остаться чувство неудовлетворенности: почему все же одно из полей в бегущей волне не вносит своего вклада в общую энергию.

Ответ состоит в том, что во все вычисления энергии существенно и равноправно входила мнимая компонента полей. Мы бы не получили соответствия с экспериментом, если бы учитывали только вещественную часть поля. Это озна-

чает, что в характеристику поля существенным образом входит мнимая часть, ныне совершенно игнорируемая в физике. Эту часть, по-видимому, можно назвать потенциальной или не проявленной частью поля. Тогда результат (4.3.10) можно понять как сумму кинетической и потенциальной энергии.

Хотя, как мы видим, полученные результаты приводят к новым вопросам, они все же снимают ряд трудностей современной теории, в частности вопрос о величине «электромагнитной массы» электрона, «бесконечности энергии электрического поля электрона». Снимается и вопрос о «самодействии электрона»: электрон создается вращением некоторой массы, а электрическое поле является частным случаем поля гравитационного.

Остановимся еще на одном моменте. Поляризация фотона естественно определяется правым или левым винтом при его вращении в движении.

Линейной поляризации соответствуют колебания вдоль вектора $\mathbf{p} \times \mathbf{v}$ в фиксированной плоскости. Линейно поляризованный поток фотонов использовался для якобы экспериментального доказательства отсутствия в фотоне продольных колебаний: при повороте на $\pi/2$ анализатора, пропускающего фотоны, поляризованные в одной плоскости, и не пропускающего фотоны, поляризованные в перпендикулярной плоскости, свет пропадает. Рассуждают при этом так: если бы у фотона была продольная компонента, она бы должна была остаться при таком повороте. Но волны (4.3.5) и (4.3.6) напоминают поверхностные волны на границе двух сред в том отношении, что продольные и поперечные колебания в них связаны. Поперечные и продольные колебания в волнах (4.3.5) и (4.3.6) жестко связаны как во времени, так и в пространстве, и подавление одного колебания приводит к подавлению другого. Мысль о том, что электромагнитные волны должны быть аналогичны поверхностным, была, по-видимому, первым высказана П.Д. Прусовым в его монографии ([33], стр.44)

Сравним функции (4.3.5) и (4.3.6) и волны, обычно рассматриваемые в оптике. Предварительно выпишем уравнения Максвелла для света в их традиционной форме.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad (4.3.15)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (4.3.16)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (4.3.17)$$

$$c^2 \nabla \times \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (4.3.18)$$

В качестве решений этой системы обычно рассматривают функции

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}, \quad (4.3.19)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \exp\{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)\}. \quad (4.3.20)$$

Напомним, что волновой вектор \mathbf{k} по модулю равен нормальному вектору \mathbf{p} , но направлен по скорости, тогда как \mathbf{p} перпендикулярен скорости.

Поскольку для функций (4.3.5) и (4.3.6) конвективная производная равна нулю, они удовлетворяют не только системе (4.3.1)–(4.3.4) с полными производными по времени, но и системе (4.3.15)–(4.3.18) с частными производными по времени. Так что они в принципе могли бы уже давно рассматриваться как описание электромагнитных волн. Взять в качестве решений системы (4.3.15)–(4.3.18) функции (4.3.19) и (4.3.20) заставила, по-видимому, традиция описания поперечных волн в обычных средах. Однако такое описание не учитывает крутильный характер колебаний в электромагнитной волне. Формально это проявляется в том, что функции (4.3.19) и (4.3.20) не удовлетворяют обобщенным уравнениям Максвелла (4.3.1)–(4.3.4) и, следовательно, неадекватно описывают электромагнитные волны, что и проявляется в известных парадоксах квантовой механики.

IV. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух фотонов

Согласно формулам, найденным в разделе 2, для того чтобы найти силу взаимодействия электромагнитных частиц, предварительно надо найти энергию и импульс взаимодействия.

Начнем с взаимодействия фотонов. Пусть

$$\mathbf{E}_1 = \omega_1 \exp\{i((\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}) - \omega_1 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1}{p_1^2 c} - \frac{\mathbf{c}_1}{\omega_1} \right]. \quad (4.4.1)$$

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{\omega_1}{c} \exp\{i((\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}) - \omega_1 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1}{p_1^2 c} + \frac{\mathbf{c}_1}{\omega_1} \right]. \quad (4.4.2)$$

электрическое и магнитное поле фотона 1. Здесь \mathbf{c}_1 – векторная скорость фотона 1, $|\mathbf{c}_1| = c$, где c – скалярная скорость света.

Аналогично для второго фотона имеем

$$\mathbf{E}_2^* = \omega_2 \exp\{-i((\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}) - \omega_2 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2}{p_2^2 c} - \frac{\mathbf{c}_2}{\omega_2} \right], \quad (4.4.3)$$

$$\mathbf{B}_2^* = -\frac{\omega_2}{c} \exp\{-i((\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}) - \omega_2 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2}{p_2^2 c} + \frac{\mathbf{c}_2}{\omega_2} \right]. \quad (4.4.4)$$

Здесь \mathbf{E}_2^* и \mathbf{B}_2^* – сопряженные электрическое и магнитное поля фотона 2.

Энергия взаимодействия двух фотонов будет определяться формулой (2.2.1), модернизированной для фотонов. Предварительно вычислим функцию

$$K_{21} = c\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{B}_2^* = -\omega_1\omega_2 \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r}) - (\omega_1 - \omega_2)t\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_1(\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{\omega_1 p_1^2 c} - \frac{\mathbf{c}_2(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{\omega_2 p_2^2 c} - \frac{\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right]. \quad (4.4.5)$$

Функция (4.4.5) задает колебания энергии взаимодействия. Напомним, что энергия отдельного фотона постоянна. А вот энергия взаимодействия двух фотонов колеблется и ведет себя как волна.

Функцию

$$L_{12} = \frac{m_1 \cdot m_2}{\varepsilon_0} K_{21} \quad (4.4.6)$$

будем называть интегральной энергией или просто энергией взаимодействия, если ясно, о чем идет речь. Она имеет размерность энергии, умноженной на объем, и определяет энергию в объеме взаимодействия. Здесь m_1 и m_2 – массы фотонов.

В показателе экспоненты формулы (4.4.5) следовало бы, конечно, писать не $(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r}$, а $(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r}_2)$, ведь радиус-векторы фотонов 1 и 2 (\mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2) не совпадают. Однако поскольку речь идет об энергии взаимодействия в некотором объеме взаимодействия, можно говорить о радиус-векторе этого объема, положив

$$\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2. \quad (4.4.7)$$

$$-\nabla L_{21} = -\frac{im_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0} \Delta \mathbf{p} \cdot \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_1(\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{\omega_1 p_1^2 c} - \frac{\mathbf{c}_2(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{\omega_2 p_2^2 c} - \frac{\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right]. \quad (4.4.8)$$

Здесь $\Delta \mathbf{p} = (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)$, $\Delta \omega = (\omega_1 - \omega_2)$.

Функция (4.4.8) имеет размерность силы, умноженной на объем. Это сила, проинтегрированная по объему взаимодействия. В некотором смысле это понятие симметрично понятию плотности силы, которую можно рассматривать как производную силы по объему. В дальнейшем функцию (4.4.8) будем называть интегральной или просто силой, если понятно о чем идет речь. Она описывает интегральное воздействие фотона 2 на фотон 1 за счет градиента энергии. Поясним физический смысл функций (4.4.6) и (4.4.8) для некоторых частных случаев.

Пусть $\mathbf{c}_1 = \mathbf{c}_2$, то есть скорости фотонов сонаправлены. Пусть $|\omega_1| = |\omega_2|$. Положим $\omega = \pm|\omega_1|$. Мы предположили, что частота фотонов одинакова по величине. Случаю $\omega = \omega_1$ соответствуют сонаправленные спины, случаю $\omega = -\omega_1$ – противоположно направленные спины. Напомним, что угловая скорость фотона может принимать только два значения: быть направленной по или против движения фотона. При этом случаю правого винта соответствует знак плюс, а случаю левого винта знак минус. Для фотонов следует еще выделить случай

«нейтрального знака» у спина, когда происходит не вращение, а колебание фотона вдоль радиуса в выделенной плоскости, проходящей через ось цилиндра. Физически это проявляется в том, что в аппарате Штерна-Герлаха фермионы распадаются на два пучка, а бозоны – на три.

Рассмотрим случай $\omega = \omega_1$, то есть случай когерентных фотонов.

Если скорости фотона параллельны, то вектора \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 – компланарны. В общем случае они не обязаны быть коллинеарными, угол между ними определяется поляризацией фотона при его рождении. $\Delta\mathbf{p}$ является аналогом разности фаз у поперечных волн и имеет смысл разности поляризаций фотонов.

Рассмотрим следующий подслучай. $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$, то есть случай совпадения поляризаций у фотонов дополнительно к их когерентности. Тогда, очевидно, $\Delta\mathbf{p} = 0$, и вся сила (4.4.8) равна нулю. А вот энергия взаимодействия (4.4.6) нулю равна не будет. Действительно, колебания функции K_{21} не будут иметь места, поскольку $\Delta\omega = (\omega_1 - \omega_2) = 0$ по предположению сделанному выше. При этом энергия взаимодействия остается постоянной, но не равной нулю.

$$L_{21} = \frac{m^2 c^2}{\epsilon_0}. \quad (4.4.9)$$

Равенство $m_1 = m_2 = m$ следует из равенства $|\omega_1| = |\omega_2|$.

Пусть теперь $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$, то есть поляризация фотонов противоположна. Тогда $\Delta\mathbf{p} = 2\mathbf{p}_1$. Период пространственного колебания максимален. Окончательно получим

$$L_{21} = \frac{m^2 c^2}{\epsilon_0} \exp\{i(2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\}, \quad (4.4.10)$$

$$\mathbf{F}_{21}^1 = \frac{2im^2 c^2}{\epsilon_0} \exp\{i(2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\} \mathbf{p}_1. \quad (4.4.11)$$

В общем случае будут работать формулы (4.4.6) и (4.4.8). Если в рассмотренных частных случаях когерентных фотонов интерференционная картина стабильна, то в общем случае она будет функцией координат и времени.

Два определения силы: как производной по времени от импульса и как градиента кинетической энергии тела считаются эквивалентными в современной физике. Проверим это. Пусть $m\mathbf{v}$ – импульс тела, а $\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2$ – его кинетическая энергия.

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \nabla m) + \frac{\partial m}{\partial t} \mathbf{v} + m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}, \quad (4.4.12)$$

$$\nabla(\frac{1}{2} m\mathbf{v}^2) = m(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \frac{1}{2} v^2 \nabla m. \quad (4.4.13)$$

У этих выражений совпадает только первое слагаемое справа от знака равенства. Так что равенство между (4.4.12) и (4.4.13) имеет место, только если $m = \text{const}$, а

скорость \mathbf{v} не зависит явно от времени t . Именно этот случай обычно и рассматривается в учебниках. При описании же силы взаимодействия не будет и этого совпадения: первое слагаемое в (4.4.12) будет зависеть от скорости активного фотона (в нашем случае второго), а первое слагаемое в (4.4.13) – от векторной разности скоростей. В случае фотонов эта разность может быть не равна нулю за счет несовпадения направлений движения. Поэтому в определение обобщенной силы Лоренца (2.2.1) входят два слагаемых: градиент энергии взаимодействия и производная от импульса взаимодействия. Мы нашли первое из них. Теперь найдем второе.

Импульс взаимодействия двух фотонов в свободном эфире

$$\mathbf{P}_{21} = \frac{cm_1m_2}{\varepsilon_0} [\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*]. \quad (4.4.14)$$

Подставляя выражения для полей из (4.4.2) и (4.4.4), получим

$$\mathbf{P}_{21} = \frac{m_1m_2\omega_1\omega_2}{\varepsilon_0c} \exp\{i(\Delta\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta\omega t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{p_1^2 \omega_2 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_2^2 \omega_1 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right], \quad (4.4.15)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{P}_{21} = (\Delta\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{P}_{21} + \frac{\partial \mathbf{P}_{21}}{\partial t}. \quad (4.4.16)$$

Здесь $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$.

Подставляя выражение (4.4.15) для \mathbf{P}_{21} , получим

$$\frac{d}{dt} \mathbf{P}_{21} \equiv \mathbf{F}_{21}^2 = \frac{im_1m_2\omega_1\omega_2}{\varepsilon_0c} (\Delta\mathbf{v} \cdot \Delta\mathbf{p} - \Delta\omega) \cdot \exp\{i(\Delta\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta\omega t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{c}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{p_1^2 \omega_2 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2)}{p_2^2 \omega_1 c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{c}_2}{\omega_1 \omega_2} \right]. \quad (4.4.17)$$

Чтобы пояснить выражение (4.4.17) распишем некоторые сомножители явно.

$$\Delta\mathbf{v} \cdot \Delta\mathbf{p} = (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = \mathbf{v}_1 \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_1 \mathbf{v}_2 - \mathbf{p}_2 \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \mathbf{p}_2. \quad (4.4.18)$$

Справа от второго знака равенства крайние слагаемые всегда равны нулю по определению. А вот средние могут быть и неравны нулю. Так что

$$\Delta\mathbf{v} \Delta\mathbf{p} = -(\mathbf{p}_1 \mathbf{v}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{v}_1), \quad (4.4.19)$$

$$(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_2) = \mathbf{p}_2 (\mathbf{c}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)) - \mathbf{c}_2 (\mathbf{p}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)). \quad (4.4.20)$$

Рассмотрим некоторые поясняющие частные случаи.

$$1. \mathbf{c}_1 = \pm \mathbf{c}_2.$$

В этом случае квадратная скобка в (4.4.15) и (4.4.17) равна нулю. Так что и импульс (4.4.15), и сила (4.4.17) равны нулю.

$$2. \Delta \mathbf{p} \cdot \Delta \mathbf{v} - \Delta \omega = 0.$$

Это оказывается возможным, если направления векторов \mathbf{p}_1 и \mathbf{p}_2 и скоростей \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 таковы, что (4.4.18) равно разности частот $\Delta \omega$. В этом случае круглая скобка в (4.4.17) равна нулю, а тогда и все выражение (4.4.17) равно нулю.

В общем случае как импульс (4.4.15), так и сила (4.4.17) нулю не равны и представляют собой некоторую волну, точнее крутильное колебание, переносящее массу или, если угодно, колеблющийся вихрь, движущийся со скоростью звука (света) в эфире. Последнее свойство и придает фотону свойство частицы. При этом между фотонами возникает сила взаимодействия

$$\mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{21}^1 + \mathbf{F}_{21}^2, \quad (4.4.21)$$

где слагаемые задаются формулами (4.4.8) и (4.4.17).

Если эта сила равна нулю, два фотона будут двигаться «не мешая друг другу» (когерентные фотоны). Если же сила (4.4.21) не равна нулю, то между фотонами возникнет сила, направленная под углом к скорости движения (\mathbf{F}_{21}^1 направлена по $\Delta \mathbf{p}$, а \mathbf{F}_{21}^2 по направлению вектора в квадратных скобках формулы (4.4.17)). В результате пучок фотонов примет конусообразный вид, что и наблюдается в опыте.

V. Энергия, импульс и сила взаимодействия двух электронов

Формулы для энергии, импульса и силы взаимодействия двух зарядов похожи на формулы предыдущего параграфа, но к ним добавляются слагаемые за счет колебаний вдоль нормального вектора \mathbf{p} . Будем для определенности говорить о взаимодействии двух электронов.

Пусть

$$\mathbf{E}_1 = \omega_1 \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_1} \right] + \omega_1 \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}_1}{p^2}, \quad (4.5.1)$$

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{\omega_1}{c} \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_1} \right] + \frac{\omega_1}{c} \exp\{i(\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}_1}{p^2} \quad (4.5.2)$$

электрическое и магнитное поля первого электрона, а

$$\mathbf{E}_2^* = -\omega_2 \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_2}{\omega_2} \right] + \omega_2 \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}_2}{p^2}, \quad (4.5.3)$$

$$\mathbf{B}_2^* = \frac{\omega_2}{c} \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2}{p^2 c} + \frac{\mathbf{v}_2}{\omega_2} \right] + \frac{\omega_2}{c} \exp\{-i(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{r})\} \frac{\mathbf{p}_2}{p^2} \quad (4.5.4)$$

сопряженные электрическое и магнитное поля второго электрона. Поскольку рассматриваются однотипные частицы $p_1^2 = p_2^2 = p^2$, $\omega_1 = \pm\omega_2$, $m_1 = m_2 = m$.

Интегральная энергия взаимодействия двух электронов в свободном эфире

$$\begin{aligned} L_{21} = & \frac{m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0} \left\{ \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r} - (\omega_1 - \omega_2)t)\} \cdot \right. \\ & \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \frac{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{\omega_1 p^2 c} - \frac{\mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{\omega_2 p^2 c} - \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] + \\ & + \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{p^2 c} \right] + \\ & + \exp\{i(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{v}_1}{p^2 c} \right] + \\ & \left. + \exp\{i((\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.5)$$

Формулу (4.5.5) поясним на весьма частном, но важном примере. Пусть

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{0}, \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2, \quad \omega_1 = \omega_2. \quad (4.5.6)$$

Условие (4.5.6) означает, что все слагаемые в (4.5.5), кроме последнего, равны нулю, а последнее слагаемое не колеблется. Имеем: интегральная энергия взаимодействия двух покоящихся электронов

$$L_{21} = \frac{m_1 \omega_1 m_2 \omega_2}{\varepsilon_0 p^2}. \quad (4.5.7)$$

Напомним, что $m_1 \omega_1 = q_1$, $m_2 \omega_2 = q_2$ – заряды, знак которых определяется знаками ω_1 и ω_2 , а $1/p^2 = R^2$, где R – радиус большей окружности, задающей тор. Напомним также, что радиус малой окружности, задающей тор, $\rho = 1/2 R$.

Из предпоследнего условия (4.5.6) следует, что экваториальные плоскости зарядовых торов параллельны. Функция (4.5.7) есть интегральная энергия, действующая в объеме между экваториальными сечениями торов и удвоенным радиусом экваториальной окружности. Найдем этот объем. Площадь экваториального сечения тора

$$S = \pi \left[\left(\frac{3}{2} R \right)^2 - \left(\frac{1}{2} R \right)^2 \right] = 2\pi R^2. \quad (4.5.8)$$

Объем взаимодействия

$$V = S \cdot R = 2\pi R^3. \quad (4.5.9)$$

Внутри этого объема энергия (4.5.7) постоянна, следовательно, сила взаимодействия равна нулю. Нам интересно понять, как заряды будут взаимодействовать на расстоянии $r > R$. Объем взаимодействия в этом случае

$$V = 2\pi R^2 \cdot r. \quad (4.5.10)$$

Изменится и формула для энергии взаимодействия. При контактном взаимодействии она удваивается, как было показано выше. Если же мы рассматриваем удаленные друг от друга заряды, мы должны пользоваться классической формулой для кинетической энергии. Другими словами, чтобы найти энергию взаимодействия удаленных друг от друга зарядов, мы должны интегральную энергию взаимодействия (4.5.7) разделить на объем (4.5.10) и еще на 2.

Окончательно получаем для данного случая: уже обычная, а не интегральная энергия

$$E_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.5.11)$$

Вычисляя минус градиент этой энергии, получим: уже традиционная, а не интегральная сила взаимодействия двух зарядов

$$\mathbf{f}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r}_{21}, \quad (4.5.12)$$

где \mathbf{r}_{21} – радиус-вектор от заряда 2 к заряду 1.

Итак, внутри объема контактного взаимодействия энергия взаимодействия постоянна, а поэтому сила взаимодействия равна нулю. Именно поэтому протон способен притянуть электрон и образовать нейтрон (см. §16). Между удаленными же зарядами энергия взаимодействия убывает как расстояние, поэтому между этими зарядами возникает привычный потенциал Кулона.

Ослабим теперь первое из условий (4.5.6), оставив остальные.

Пусть

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}, \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2, \quad \omega_1 = \omega_2, \quad (4.5.13)$$

т. е. заряды летят «бок о бок» с одинаковыми скоростями. Тогда с учетом того, что $\omega^2/p^2 = c^2$

$$E_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 - \frac{v^2}{c^2} \right], \quad (4.5.14)$$

$$\mathbf{f}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left[1 - \frac{v^2}{c^2} \right] \mathbf{r}_{21}, \quad (4.5.15)$$

что согласуется с примером 3 [§2, р.5], в котором надо положить $\cos\theta = 0$, поскольку заряды движутся «бок о бок». Второе слагаемое в квадратных скобках является классической силой Лоренца, оно ослабляет кулоново отталкивание между двумя параллельными пучками электронов и проявляется как сила притяжения между двумя нейтральными проводниками с параллельными токами, когда кулонова сила отсутствует

$$\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 = v^2 \cos\varphi. \quad (4.5.16)$$

Для параллельных токов $\cos\varphi = 1$, для антипараллельных $\cos\varphi = -1$. Поэтому, если

$$\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_2, \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2, \omega_1 = \omega_2, \quad (4.5.17)$$

то второе слагаемое в квадратных скобках поменяет знак. В двух антипараллельных пучках электронов оно будет усиливать кулоново отталкивание, а для двух нейтральных проводников с противоположно направленными токами приведет к их взаимному отталкиванию.

Выпишем градиентную силу взаимодействия зарядов, вычислив минус градиент энергии взаимодействия (4.5.5)

$$\begin{aligned} -\nabla L_{21} = & -\frac{im_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\epsilon_0} \Delta \mathbf{p} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \right. \\ & \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \frac{\mathbf{v}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{\omega_1 p_1^2 c} - \frac{\mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{\omega_2 p_1^2 c} - \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] + \\ & + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot \mathbf{p}_2}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{v}_1}{p^2 c} \right] + \\ & + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{p^2 c} \right] + \\ & \left. + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.18)$$

Мы нашли силу взаимодействия как градиент энергии. Эта сила зависит от абсолютных скоростей электронов относительно эфира. Выше было показано, что к этим силам должны добавляться силы взаимодействия, являющиеся полной производной по времени от импульса взаимодействия. Найдем эти силы

$$\begin{aligned}
 \mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^* = & -\frac{\omega_1 \omega_2}{c^2} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \right. \\
 & \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} - \frac{\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p_1^2 c \omega_2} - \frac{\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^2 c \omega_1} + \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] + \\
 & + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times \mathbf{p}_2}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_1}{p^2 \omega_1} \right] + \\
 & + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_2}{p^2 \omega_2} \right] + \\
 & \left. + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \right\}. \tag{4.5.19}
 \end{aligned}$$

Пусть теперь $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$, разность скоростей электронов.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \left[\frac{m_1 m_2 c}{\varepsilon_0} (\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*) \right] = & -\frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c} (\Delta \mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{p}) \cdot \\
 & \cdot \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \frac{\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p_1^2 c \omega_2} - \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^2 c \omega_1} + \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \cdot \right. \\
 & \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times \mathbf{p}_2}{p^4 c} + \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_1}{p^2 \omega_1} \right] + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \cdot \\
 & \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_2}{p^2 \omega_2} \right] + \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r})\} \cdot \frac{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2}{p^4} \left. \right\} - \\
 & - \frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2 \Delta \omega}{\varepsilon_0 c} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c^2} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1)}{p_1^2 c \omega_2} - \frac{\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^2 c \omega_1} + \frac{\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] \right\} - \\
 & - \frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_1) \times \mathbf{p}_2}{p^4 c} + \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_1}{p^2 \omega_1} \right] \right\} + \\
 & + \frac{i m_1 m_2 \omega_1 \omega_2}{\varepsilon_0 c} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_2 t)\} \left[\frac{\mathbf{p}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p^4 c} - \frac{\mathbf{p}_1 \times \mathbf{v}_2}{p^2 \omega_2} \right] \right\}. \tag{4.5.20}
 \end{aligned}$$

Слагаемое в первых фигурных скобках есть конвективная производная по времени от выражения (4.5.19). В общем случае оно не равно нулю. Такое равенство имеет место, только если скорости совпадают ($\Delta \mathbf{v} = 0$) или же совпадают поляризации ($\Delta \mathbf{p} = 0$).

Слагаемые во вторых, третьих и четвертых фигурных скобках представляют собой частную производную по времени. Второе слагаемое зависит от разности

частот ($\omega_1 - \omega_2$), а третье и четвертое от произведений ($\omega_1 \cdot \omega_2$) на ω_1 и ω_2 соответственно. Амплитуды колебаний этих сил задаются векторами в квадратных скобках при соответствующих экспонентах. Отметим это отличие импульсных сил взаимодействия от градиентных. Амплитуда последних является скаляром, а направление колебаний определяется разностью поляризаций $\Delta \mathbf{p}$.

Импульс взаимодействия фотона и электрона будет частным случаем формулы (4.5.19). Разберем этот случай отдельно, поскольку он связан с известным опытом Комптона.

Пусть \mathbf{B}_1 – магнитное поле фотона, задаваемое равенством (4.4.2), а \mathbf{B}_2^* – сопряженное магнитное поле электрона, задаваемое равенством (4.5.4)

$$\begin{aligned} c(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*) = & -\frac{\omega_1 \omega_2}{c} \left\{ \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \cdot (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\mathbf{v}_2 \times (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)}{p_1^2 c \omega_2} - \frac{\mathbf{c}_1 \times (\mathbf{p}_2 \times \mathbf{v}_2)}{p_2^2 c \omega_1} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] + \right. \\ & \left. + \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \left[\frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1) \times \mathbf{p}_2}{p_1^2 p_2^2 c} - \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_1}{p_2^2 \omega_1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.21)$$

Расписывая двойные векторные произведения, получим

$$\begin{aligned} c(\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*) = & -\frac{\omega_1 \omega_2}{c} \left\{ \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \right. \\ & \left[\frac{\mathbf{p}_2 (\mathbf{v}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)) - \mathbf{v}_2 (\mathbf{p}_2 \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1))}{p_1^2 p_2^2 c^2} + \frac{\mathbf{p}_1 (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{c}_1 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{v}_2)}{p_1^2 c \omega_2} - \right. \\ & \left. - \frac{\mathbf{p}_2 (\mathbf{c}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \mathbf{v}_2 (\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{v}_1)}{p_2^2 c \omega_1} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right] - \\ & \left. - \exp\{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \omega_1 t)\} \left[\frac{-\mathbf{p}_1 (\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{c}_1) + \mathbf{c}_1 (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)}{p_1^2 p_2^2 c^2} - \frac{\mathbf{p}_2 \times \mathbf{c}_1}{p_2^2 \omega_1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.22)$$

Формулы (4.5.21) и (4.5.22), точнее эти формулы, домноженные на константу $(m_1 \cdot m_2) / \varepsilon_0$, где m_1 – масса фотона, m_2 – масса электрона, а ε_0 – плотность свободного эфира, задают приращение импульса, которое электрон передает фотону. Это же выражение с обратным знаком задаст приращение импульса электрона. По построению

$$\mathbf{p}_1 \perp \mathbf{c}_1, \mathbf{p}_2 \perp \mathbf{v}_2. \quad (4.5.23)$$

Предположим, что

$$\mathbf{p}_1 \parallel \mathbf{p}_2, \mathbf{v}_2 \perp \mathbf{c}_1. \quad (4.5.24)$$

А тогда из (4.5.23) получим, что

$$\mathbf{p}_1 \perp \mathbf{v}_2, \mathbf{p}_2 \perp \mathbf{c}_1. \quad (4.5.25)$$

Учитывая условия (4.5.23)–(4.5.25) в (4.5.22) получим: первая квадратная скобка справа от знака равенства

$$[]_1 = \left[\mathbf{p}_2 \frac{|\mathbf{v}_2| |\mathbf{p}_1| \cos \varphi}{p_1^2 p_2^2 c} + \mathbf{p}_1 \frac{|\mathbf{v}_2|}{p_1^2 \omega_2} - \mathbf{p}_2 \frac{|\mathbf{v}_2|}{p_2^2 \omega_1} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{\omega_1 \omega_2} \right]. \quad (4.5.26)$$

Здесь φ – угол между векторами \mathbf{v}_2 и $(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)$. Второе, третье и четвертое слагаемые здесь являются постоянными векторами, не зависящими от угла столкновения. От этого угла по закону косинуса зависит только первое слагаемое. Когда векторы \mathbf{v}_2 и $(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{c}_1)$ перпендикулярны, это слагаемое равно нулю. Все слагаемые зависят от характеристик фотона \mathbf{p}_1 и ω_1 . Введем еще один вектор скорости для фотона

$$\mathbf{v}_1 = \frac{\omega_1 \mathbf{p}_1}{p_1^2}, \quad |\mathbf{v}_1| = c. \quad (4.5.27)$$

Для линейно поляризованного фотона это скорость колебания вдоль нормального вектора \mathbf{p}_1 .

Обозначение \mathbf{v}_1 введено, чтобы отличить эту скорость от скорости поступательного движения фотона \mathbf{c}_1 .

Домножим теперь выражение в рассматриваемой квадратной скобке на множитель $\omega_1 \omega_2 / c$, стоящий перед фигурной скобкой. Получим

$$[]_1 = \left[-\mathbf{p}_2 \frac{|\mathbf{v}_2| \omega_2}{p_2^2 c} (1 - \cos \varphi) + \mathbf{v}_1 \frac{|\mathbf{v}_2|}{c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{c} \right]. \quad (4.5.28)$$

Коэффициент при круглых скобках пропорционален комптоновской длине волны электрона $|\mathbf{R}| = |\mathbf{p}_2 / p_2^2|$ и частоте электрона ω_2 . Именно это слагаемое фигурирует в учебниках при объяснении опыта Комптона. В формуле (4.5.28) имеется еще два вектора. Они задают постоянный снос импульса, передаваемого электроном фотону, и при модельном описании опыта Комптона как столкновения «твердых шаров» не учитываются. Аналогично для второй квадратной скобки в (4.5.22) получим

$$[]_2 = \left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2) \frac{\omega_2}{p_2^2 c} \right]. \quad (4.5.29)$$

Эта скобка состоит тоже из постоянных векторов, зависящих только от направления движения фотона и не зависящих от его индивидуальных характеристик: поляризации и частоты. Окончательно получим: дополнительный импульс, передаваемый электроном фотону, в рамках сформулированных условий

$$\Delta \mathbf{P}_{21} = \frac{cm_1 m_2}{\varepsilon_0} (\mathbf{B}_1 \times \mathbf{B}_2^*) = \frac{m_1 m_2}{\varepsilon_0} \left\{ \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \right. \\ \cdot \left[\mathbf{p}_2 \frac{|\mathbf{v}_2| \omega_2}{p_2^2 c} (1 - \cos \varphi) + \mathbf{v}_1 \frac{|\mathbf{v}_2|}{c} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{c} \right] - \\ \left. - \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega_1 t)\} \cdot \left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2) \frac{\omega_2}{p_2^2 c} \right] \right\}. \quad (4.5.30)$$

Сдвиг нормального вектора, модуль которого определяет сдвиг длины волны, получим, если формулу (4.5.30) разделим на $(m_1 m_2 |\mathbf{v}_2| \omega_2) / (\varepsilon_0 c)$.

$$\Delta \mathbf{P}_{21} = \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega t)\} \cdot \left[\frac{\mathbf{p}_2}{p_2^2 c} (1 - \cos \varphi) + \frac{\mathbf{v}_1}{\omega_2} + \frac{\mathbf{c}_1 \times \mathbf{v}_2}{|\mathbf{v}_2| \omega_2} \right] - \\ - \exp \{i(\Delta \mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - \Delta \omega_1 t)\} \cdot \left[\mathbf{c}_1 + (\mathbf{c}_1 \times \mathbf{p}_2) \frac{1}{p_2^2 |\mathbf{v}_2|} \right]. \quad (4.5.31)$$

Вектора в квадратных скобках задают амплитуду колебаний, определяемых экспонентами при них. О первой квадратной скобке уже было сказано. Второе колебание направлено «вперед» по вектору скорости фотона \mathbf{c}_1 и перпендикулярно ему. Эта интерпретация, однако, носит приблизительный характер в силу упрощений (4.5.24), предположенных выше. В общем случае, задаваемом формулой (4.5.22), «боковое колебание» должно быть ослаблено, так как \mathbf{c}_1 и \mathbf{v}_2 , \mathbf{c}_1 и \mathbf{p}_2 в общем случае не перпендикулярны друг другу.

VI. Повторим кратко сказанное

Волновое решение обобщенных уравнений Максвелла привело нас к представлению о волне, порождаемой движущимся электроном, как о существенно трехмерном крутильном колебании. Это колебание происходит в продольном (по скорости) и поперечном (перпендикулярном) направлении. Эти колебания задают бегущую волну, при этом амплитуды продольного и поперечного колебаний связаны. Так что подавление одного приводит к подавлению другого. Наряду с этим двумерным колебанием волна электрона колеблется в третьем измерении, создавая стоячую волну, не зависящую от времени и от скорости собственного движения электрона в отличие от упомянутой выше бегущей волны. Эта волна определяет заряд электрона и кулонову силу его взаимодействия с другим зарядом. Поэтому можно сказать, что сила Кулона оказывается дальнедействующей в отличие от силы Лоренца, которая задается бегущей волной и движется со скоростью движения электрона.

Это же можно сказать и по-другому: волна, создающая силу Кулона, присутствует в эфире изначально, обобщенная же сила Лоренца порождается движением и исчезает вместе с ним.

Кулонова волна у позитрона имеет противоположный знак, определяя и знак его заряда. При столкновении электрона и позитрона эти волны взаимо-

уничтожаются, что приводит и к исчезновению положительного и отрицательного зарядов. Соответственно появиться они могут только «оттолкнувшись друг от друга», что делает необходимым появление электрических зарядов «парой»: положительный и отрицательный. Предложено зрительное представление об электроде как о массивном торе, вращающемся как в экваториальной, так и в меридиональной плоскостях. Величина заряда определяется массой электрона и угловой скоростью его экваториального вращения. Если при этом угловая скорость экваториального вращения составляет правый винт с угловой скоростью меридионального вращения, которое задает спин, то мы получаем заряд одного знака, в противном случае противоположного знака. Это сочетание определяет и знак упомянутой выше стоячей волны.

Электрический заряд – вектор (точнее псевдовектор), постоянный по величине и направленный по радиусу большей окружности, задающей тор. Этот вектор может принимать только два направления: внутрь или во вне этой большей окружности. Поэтому его удастся описать скаляром, приписывая постоянной по величине угловой скорости экваториального вращения знак плюс или минус. Заряд – внутренняя характеристика электрона, не зависящая от его движения.

Спин электрона тоже пропорционален угловой скорости, но уже экваториального вращения, он тоже псевдовектор, принимающий два значения: по или против скорости движения электрона, поскольку электрон всегда движется по нормали к экваториальной плоскости. Поэтому принятое ныне определение спина как вектора с дискретными проекциями на любое направление в пространстве представляется неправомерным. Спин, как и заряд, характеризует электрон, но не только в статике, но и в движении.

Фотон не имеет заряда из-за того, что не имеет экваториального вращения. Его удобно представить себе в виде цилиндра, движущегося вдоль своей оси и совершающего продольные и в общем случае крутильные колебания вдоль своей направляющей окружности. В частном случае (линейно поляризованный свет) эти крутильные колебания переходят в поперечные колебания. Движение фотона совершенно аналогично движению бегущей волны электрона. Фотон – объект двумерный. Можно сказать, что это продольно колеблющийся вихрь, переносящий массу со скоростью света. Становится понятным и удвоение энергии фотона (mc^2 вместо $1/2mc^2$): каждое из колебаний поперечное и продольное вносят свою половинку в общую копилку. Двумерная волна движущегося электрона по этой же причине обладает энергией mv^2 , а не $1/2mv^2$. Колебание в третьем измерении дает удвоенную энергию mc^2 за счет параллельности электрического и магнитного полей в этом направлении.

Колебания элементарных частиц описываются с существенным использованием функций комплексной переменной. Существенным в том смысле, что, ограничившись только вещественной частью, мы бы не просто усложнили вычисления (как это часто трактуется в учебниках физики), а не получили бы соответствия с экспериментом. Другими словами мнимая компонента электрического и магнитного полей вносит свою часть в энергию и импульс элементарных

частиц. Поэтому представление об электроне как о торе и о фотоне как о цилиндре носит условный характер. Мы не получим их адекватного описания, не учитывая их «вращения» в комплексной плоскости и, возможно, их движения в пространстве кватернионов.

Последние главы работы посвящены взаимодействию фотонов и электронов между собой. Как выясняется, такое взаимодействие носит тоже колебательный характер. Взаимодействие и соответственно колебания в ансамблях частиц равны нулю только между когерентными фотонами с сонаправленными спинами. Такие фотоны летят параллельно. В общем же случае пучок фотонов расходится под влиянием таких колебаний, а ансамбли фотонов интерферируют. Отдельный фотон колеблется и в этом смысле обладает свойством волны, но вовсе не по упомянутому выше соображению о поведении ансамблей фотонов.

Полученные результаты естественным образом снимают ряд тупиковых вопросов современной квантовой механики о самодействии электрона, о бесконечности энергии отдельного электрона, электромагнитной массе и т. д.

В философском плане развиваемый подход и найденные объяснения фактически воспроизводят корпускулярные идеи Ньютона вплоть до некоторых мелочей.

ГЛАВА 2. ГРАВИДИНАМИКА

§ 5. ПРЕДИСЛОВИЕ

Общая теория относительности ставит гравитацию в особое положение: она якобы искривляет пространство в отличие от электрического поля. Эпигоны добавляют и другие эффекты, например, скручивание пространства. Такая аксиоматика фактически делает невозможной аналогию гравитации и электричества и исключает использование этого могучего способа познания, дающего возможность связать в единую теорию факты из областей науки, иногда весьма далеких друг от друга. Особенно огорчительно это потому, что электричество и гравитация явным образом близки, достаточно сравнить формулы для законов Кулона и тяготения. Это понимали, конечно, многие. Собственно это понимал и сам Эйнштейн, когда сводил задачу о Лоренц-инвариантности для скоростей в электродинамике к инвариантности для ускорений в гравитации.

Другие ученые, включая Вебера, пошли на взгляд автора этого сборника, более естественным путем: динамические формулы для электрических зарядов они стремились распространить на гравитацию. Этот вопрос более подробно рассмотрен в §8. Если не все, то большинство из них рассматривало гравитационное поле как частный случай электрического. Введение механических размерностей для электродинамических величин проясняет картину. Гравитационное поле имеет размерность ускорения. Так что оно должно создаваться ускоренно-движущейся массой. Электрическое поле имеет размерность скорости. Оно определяется скоростью движения электрического заряда. Можно сказать, что электрическое поле – это поле скоростей, а гравитационное поле – это поле ускорений. Или то же самое по-другому: гравитационное поле должно описываться уравнениями максвелловского типа, в которых первая производная по времени заменена на вторую, а скорость света (скорость звука в эфире) заменена на постоянное ускорение, с которым гравитационное поле распространяется в эфире.

Так как же связаны электрическое и гравитационное поля? Ответ нам дает размерность электрического заряда $\text{кг}\cdot\text{рад}/\text{с}$, т. е. это скорость изменения массы. Поэтому движение электрического заряда с постоянной скоростью создает в эфире те же эффекты, что и ускоренно движущаяся масса. Другими словами, электрическое поле можно рассматривать как частный случай гравитационного.

Обратим внимание читателя еще на один вопрос. Вихревой характер движения массы, создающей электрический заряд, проявляется в создании зарядов двух типов: с лево- и правосторонним вращением. Это в свою очередь приводит к проблеме, которая смущала многих исследователей, в частности Максвелла: в статическом случае два электрических заряда отталкиваются, а две массы притягиваются. В формуле для обобщенной силы Лоренца это учтено (см. главу 1): в статическом слагаемом фигурируют не два электрических поля, а электрическое поле одного заряда и магнитное поле другого заряда. В формуле же для гравитационного взаимодействия фигурируют два гравитационных поля.

В целом формула для гравидинамического взаимодействия оказалась значительно более громоздкой, чем формула для обобщенной электродинамической силы (§2, р.3). Математически это понятно: вычисление второй производной более громоздко, чем первой. Но вот физический смысл этих дополнительных слагаемых еще предстоит выяснить. По-видимому эффект «темной материи», «ускоренного разбегания галактик» и другие эффекты, например, связанные с движением космических аппаратов «Пионер–11» и «Пионер–12», не имеющие разумного объяснения в настоящее время, все же связаны со вторыми, третьими и четвертыми производными, фигурирующие в формуле для гравидинамического взаимодействия. Автор настоящего сборника будет благодарен за любые соображения на эту тему.

§ 6. НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ МАКСВЕЛЛОВСКОГО ПОДХОДА К ОПИСАНИЮ ГРАВИТАЦИИ

Время, обстановка написания да и все содержание этой статьи вынуждает меня сделать небольшое пояснение.

Будучи выпускником математико-механического факультета Ленинградского университета по специальности механика я в то время занимался вопросами оптимизации, т. е. чистой математикой.

В нас тогда еще сохранился оптимизм исследователей пятидесятых годов, нам казалось, что пройдет совсем немного времени и линейное программирование, теория игр преобразят общество, мы станем жить разумно, честно, короче оптимально.

Но для меня уже было ясно, что принципов оптимальности, заложенных в упомянутых науках, недостаточно, они слишком грубы. С другой стороны еще более понятным было то, что экономика, социология, психология, т. е. науки, предназначенные для описания и прогнозирования развития общества еще не готовы к восприятию математики, и требуется их существенное переосмысление на количественном уровне, чтобы сформулировать хоть какой-то прогноз и мы в дальнейшем могли проверить, реализовался он или нет. Короче в этих науках невозможен эксперимент, т. е. отсутствует возможность главной проверки этих наук, как количественных теорий.

Естественно встал вопрос о недостаточности теоретико-игровых методов и об использовании вариационных принципов механики для анализа социально-экономических процессов. Я в то время вел занятия на факультете прикладной математики – процессов управления ленинградского госуниверситета. Под моим руководством были защищены 2–3 диплома, в которых такая попытка делалась. Но довольно быстро я осознал бесперспективность этого пути. После некоторого периода метаний я пришел к формулировке своего вариационного принципа, который был назван принципом логарифма [34], поскольку под знаком интеграла в нем стоял логарифм.

Применить его к задачам социально-экономического толка мне так и не удалось, ввиду уже упомянутых проблем. Но вот некоторые уравнения для фи-

зических полей получились. Прежде всего, получились уравнения Максвелла, что меня сильно вдохновило: работает принцип. Получилось уравнение теплопроводности. Тоже вроде бы в точку.

А вот уравнения гравитационного поля не имело ничего общего с общей теорией относительности. Я был воспитан в мягкой научной среде, где самое неординарное мнение встречало спокойную и трезвую реакцию. Поэтому та буря негативных эмоций, которую я увидел среди физиков по поводу своей гравитации, заставила меня «упереться». Если бы не это, я, возможно, вообще бы не стал заниматься гравитацией. Результат этой «упертости» читатель может прочесть ниже.

Конечно, в настоящее время я многим в этой статье совершенно не удовлетворен как в формулировке самого принципа логарифма, так и в форме «Максвелловских уравнений гравитации». Читатель увидит ясно основу для такой неудовлетворенности, просто сравнив эту статью со значительно более поздней работой «О гравидинамической силе» (см. §8). Прежде всего, это касается использования частных и полных производных по времени. С другой стороны тогда были поставлены и, как я надеюсь, хотя бы частично решены многие задачи, каждая из которых ныне представляется мне совершенно неподъемной и требует долгой и кропотливой работы. «Если бы молодость знала, если бы старость могла». Зато молодежи есть над чем поразмыслить и что опровергнуть. А значит, есть и перспектива развития.

Итак, ниже на основе вариационного «Принципа логарифма», сформулированного автором в [34], выписываются уравнения гравитационного поля. Показано, что из полученных уравнений следует закон Всемирного тяготения, смещение перигелиев планет и отклонение вблизи Солнца фотонов света, движущихся в плоскости солнечного экватора. Однако для небесных тел, движущихся в меридиональных плоскостях Солнца, вместо смещения перигелия предсказывается появление момента сил, прижимающего орбиту к плоскости солнечного экватора. В рамках сформулированного подхода удастся с единых позиций объяснить дифференциальный характер вращения Солнца и газо-жидких планет, дрейф земных континентов, наблюдаемый характер океанических течений, падение Фобоса на Марс, замедление собственного вращения Земли, и ряд других явлений.

1. Вывод уравнений

Из «Принципа логарифма» следует, что векторный потенциал \mathbf{A} и скалярный потенциал φ гравитационного поля должны удовлетворять уравнениям:

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{A} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \mathbf{A}}{\partial t^4} = -\frac{4\pi \mathbf{j}}{a^2}, \quad (6.1.1)$$

$$\nabla \cdot \nabla \varphi - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^4} = -4\pi \rho. \quad (6.1.2)$$

Здесь γ – гравитационная постоянная, $a = \text{const}$ – постоянное ускорение кванта гравитационного поля, \mathbf{j} – плотность гравитационного тока, ρ – плотность массы. Масса рассматривается как заряд гравитационного поля.

Для уточнения физического смысла отдельных переменных нам будет удобнее некоторое время работать с максвелловской формой выписанных уравнений. Для перехода к этой форме примем следующее условие калибровки:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (6.1.3)$$

Положим напряженность гравитационного поля

$$\mathbf{G} = -\nabla \varphi - \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}, \quad (6.1.3a)$$

а напряженность гравимагнитного поля

$$\mathbf{D} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (6.1.3b)$$

Тогда, как нетрудно показать прямой подстановкой, система уравнений (6.1.1) и (6.1.2) эквивалентна следующей системе уравнений:

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = 4\pi\gamma\rho, \quad (6.1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{G} = -\frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}, \quad (6.1.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (6.1.6)$$

$$a^2 \nabla \times \mathbf{D} = 4\pi\gamma\mathbf{j} + \frac{\partial^2 \mathbf{G}}{\partial t^2}. \quad (6.1.7)$$

\mathbf{G} имеет размерность ускорения м/с² (будет использована система СИ), \mathbf{D} – безразмерная величина, гравитационный ток \mathbf{J} имеет размерность силы кг·м/с², а его плотность \mathbf{j} – кг/м²·с², т. е. размерность давления.

Система уравнений (6.1.4)–(6.1.7) отличается от уравнений Максвелла тем, что в ней фигурируют вторые, а не первые производные по времени. Рассмотрим случай гравистатики и гравимагнитостатики, т. е. случай, когда в уравнениях (6.1.4)–(6.1.7) производные по времени равны нулю. Первые два уравнения тогда примут вид:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{G} = 4\pi\gamma\rho \\ \nabla \times \mathbf{G} = 0 \end{cases}. \quad (6.1.8)$$

Как известно из университетского курса, система (6.1.8) эквивалентна закону Всемирного тяготения. Например, интегрируя первое из этих уравнений по объему сферы, по теореме Гаусса получим

$$\int_S G ds = 4\pi\gamma M,$$

где S – поверхность сферы радиуса r , а M – масса, в ней заключенная. Отсюда с учетом второго соотношения в (6.1.8)

$$G = \frac{\gamma M}{r^2}.$$

Таким образом, в случае гравистатики на массу m в поле G будет действовать сила величины

$$F = \frac{\gamma m M}{r^2},$$

т. е. будет выполняться закон Всемирного тяготения.

Предположение 1.1. Примем, что вектор силы ускоренно движущейся массы задается соотношением, аналогичным соотношению для силы Лоренца в электромагнитном поле.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{G} + \mathbf{J} \times \mathbf{D}. \quad (6.1.9)$$

Словесно. Пусть в точке нахождения массы m созданы гравиполе \mathbf{G} и гравимагнитное поле \mathbf{D} . Тогда на массу m , создающую гравиток \mathbf{J} , действует сила (6.1.9).

Система

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \alpha^2 \nabla \times \mathbf{D} = 4\pi\mathbf{j} \end{cases} \quad (6.1.10)$$

будет описывать случай гравимагнитостатики, если \mathbf{j} – постоянна во времени. Для анализа этой системы требуется прояснить физический смысл гравитационного тока.

Понятие плотности электрического тока исторически сформировалось в результате многочисленных экспериментов. Однако ее можно определить аксиоматически. Из уравнений Максвелла следует, что плотность электрического заряда ρ_e , должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_e = 0, \quad (6.1.11)$$

где \mathbf{j}_e – плотность электрического тока.

Поскольку $\mathbf{j}_e = \rho_e \mathbf{v}$, уравнение (6.1.11) можно рассматривать как условие сохранения заряда

$$\frac{d\rho_e}{dt} = 0, \quad (6.1.12)$$

а плотность электрического тока \mathbf{j} как функцию, удовлетворяющую этому уравнению в силу соотношения (6.1.11). Поступим аналогично. Из уравнений (6.1.4)–(6.1.7) следует, что плотность гравитационного тока удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0. \quad (6.1.13)$$

Аналогом закона сохранения электрического заряда является уравнение

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = 0. \quad (6.1.14)$$

Его можно назвать законом постоянства скорости изменения гравитационного заряда.

Определение. Плотностью гравитационного тока называется функция \mathbf{j} , удовлетворяющая системе уравнений (6.1.13)–(6.1.14). Расписывая уравнение (6.1.14) и обозначая частные производные соответствующим нижним индексом, получим

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \ddot{\rho} + 2 \sum_{i=1}^3 \dot{\rho}'_{x_i} v_i + \sum_{i=1}^3 \rho'_{x_i} \dot{v}_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 (\rho'_{x_i} v'_{ixk} v_k) + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 (\rho''_{x_i x_k} v_i v_k).$$

С учетом (6.1.13) получим (с точностью до ротора некоторой функции \mathbf{L})

$$\mathbf{j} = 2\dot{\rho}\mathbf{v} + \rho\dot{\mathbf{v}} + \rho \sum_{i=1}^3 v_i \mathbf{v}'_{x_i} + (\nabla \rho \cdot \mathbf{v})\mathbf{v}. \quad (6.1.15)$$

Проинтегрировав обе части равенства (6.1.15) по объему, получим выражение для гравитационного тока:

$$\mathbf{J} = 2\dot{m}\mathbf{v} + m\dot{\mathbf{v}} + m \sum_{i=1}^3 v_i \mathbf{v}'_{x_i} + (\nabla m \cdot \mathbf{v})\mathbf{v}, \quad (6.1.15a)$$

где m – масса, заключенная в объеме интегрирования.

II. Примеры гравитационного тока

Поясним физический смысл слагаемых в выражениях (6.1.15) и (6.1.15a) на примерах. Первое слагаемое \mathbf{J}_1 в (6.1.15a) это просто удвоенная реактивная сила, смысл которой широко известен. Для пояснения следующих двух слагаемых \mathbf{J}_2 и \mathbf{J}_3 рассмотрим движение планеты вокруг Солнца.

Пример 1.

Плоскость орбиты будем считать плоскостью $(X_1 X_2)$ совпадающей с плоскостью солнечного экватора, а начало координат поместим в центре Солнца. Вектор скорости

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}, \quad (6.2.1)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости, а \mathbf{R} – радиус-вектор. Дифференцируя по времени, получим

$$\dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{R}}, \quad (6.2.2)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – угловое ускорение, а $\dot{\mathbf{R}}$ – скорость изменения радиус-вектора. Таким образом, второе слагаемое \mathbf{J}_2 в выражении (6.1.15a) для нашего примера имеет смысл касательной силы. В общем случае – это сила из второго закона Ньютона

$$\mathbf{J}_2 = m\dot{\mathbf{v}} = m\boldsymbol{\tau}. \quad (6.2.3)$$

Перекомпоновав первое и второе слагаемые в (6.1.15a), получим

$$\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 = \dot{m}\mathbf{v} + m\dot{\mathbf{v}}. \quad (6.2.4)$$

Здесь первое слагаемое будет уже не удвоенной, а обычной реактивной силой, а второе слагаемое – ньютоновой силой.

Для нахождения третьего слагаемого \mathbf{J}_3 продифференцируем скорость планеты по координатам

$$\begin{aligned} \mathbf{v}'_{x_1} &= (0, +\omega), & v_1 \mathbf{v}'_{x_1} &= (0, -x_2 \omega^2), \\ \mathbf{v}'_{x_2} &= (-\omega, 0), & v_2 \mathbf{v}'_{x_2} &= (-x_1 \omega^2, 0), \\ v_1 \mathbf{v}'_{x_1} + v_2 \mathbf{v}'_{x_2} &= -\omega^2 (x_1, x_2). \end{aligned} \quad (6.2.5)$$

Полученное выражение есть просто центростремительное ускорение, а третье слагаемое – центростремительная сила

$$\mathbf{J}_3 = -m\omega^2 \mathbf{R}. \quad (6.2.6)$$

Пример 2.

В четвертом слагаемом в выражении (6.1.15) фигурирует градиент плотности. Для иллюстрации физического смысла этого слагаемого рассмотрим плоский массивный диск, вращающийся в плоскости $(X_1 X_2)$ вокруг своего центра, расположенного в начале координат.

Пусть плотность убывает линейно от центра диска, т. е.

$$\rho = \rho_0 - \alpha(x_1 + x_2), \quad \rho_0, \alpha = \text{const}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \nabla \rho &= -\alpha(1, 1), \\ \nabla \rho \cdot \mathbf{v} &= -\alpha(v_1 + v_2), \end{aligned} \quad (6.2.7)$$

$$\mathbf{j}_4 = -\alpha(v_1 + v_2)\mathbf{v} = +\alpha\omega(x_2 - x_1)\mathbf{v}. \quad (6.2.8)$$

Выражение (6.2.8) задает касательные силы (рис. 6.2.1).

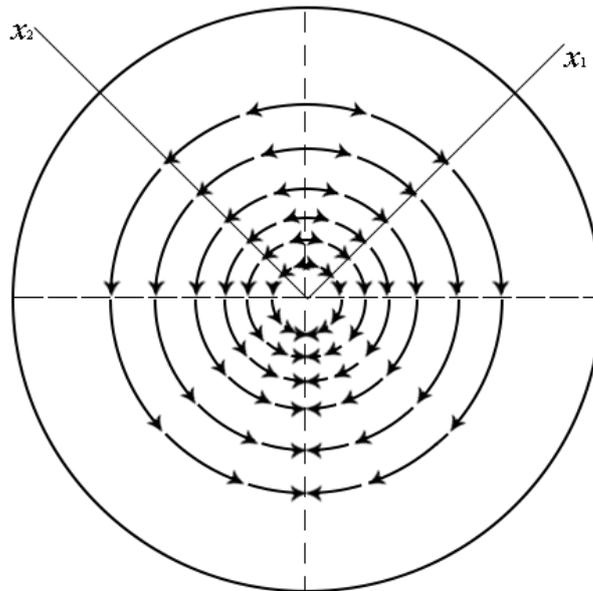


Рис. 6.2.1. Касательные силы во вращающемся массивном диске.

Прямая $x_2 = x_1$ является прямой нулевых сил. В полуплоскостях $x_2 > (<) x_1$ действуют равные по модулю и противоположно направленные силы. Прямая $x_2 = -x_1$ является прямой, на которой силы достигают максимальной по модулю величины. Можно сказать, что силы вытекают из положительной полупрямой $x_2 = x_1, x_1 x_2 \geq 0$ в противоположных направлениях (эту прямую будем называть истоком (рис. 6.2.2, а)), достигают максимума на прямой $x_2 = -x_1$ и втекают в отрицательную полупрямую $x_2 = x_1, x_1 x_2 < 0$ (эту прямую будем называть стоком (рис. 6.2.2, б)).

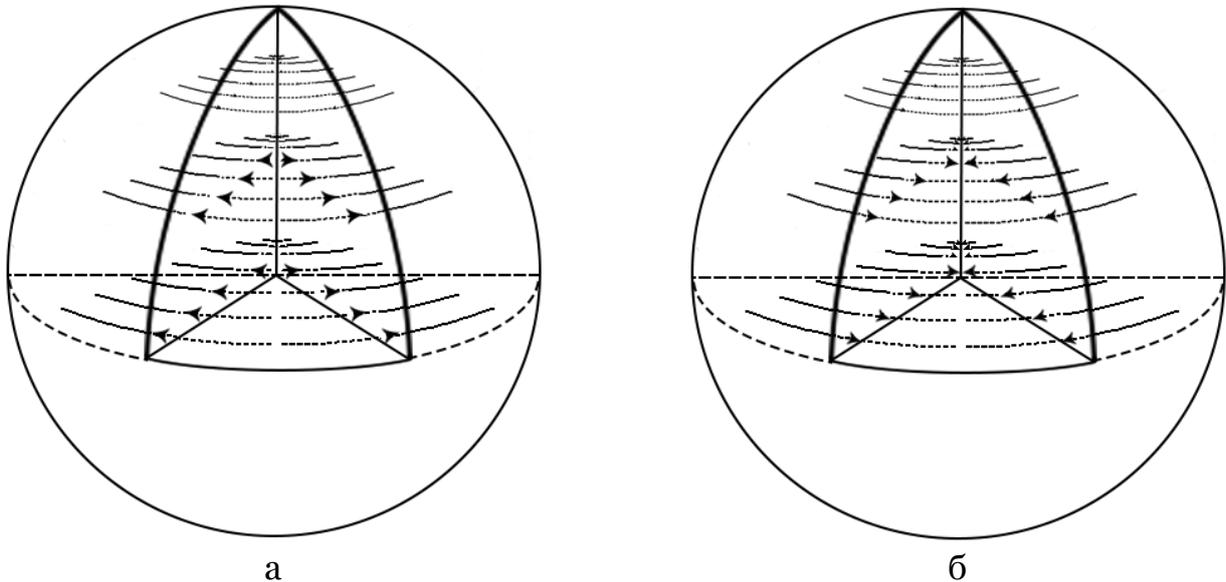


Рис. 6.2.2. Касательные силы во вращающемся шаре: вид спереди – исток (а), вид сзади – сток (б).

Деформируя диск в шар, вращающийся вокруг оси x_3 и считая, что

$$\rho = \rho_0 - \alpha(x_1 + x_2 + x_3), \quad \alpha, \rho_0 = \text{const},$$

получим

$$\begin{aligned} \nabla\rho &= -\alpha(1, 1, 1), \\ \mathbf{j}_4 &= -\alpha(v_1 + v_2 + v_3)\mathbf{v}, \\ v_3 &= 0. \end{aligned}$$

Поэтому вращение такого шара «послойно» сводится к плоскому случаю. Геометрическим местом точек нулевых сдвигов является плоскость, проведенная через ось X_3 и прямую $x_2 = x_1$. Плоскость максимальных сдвиговых усилий проходит через ось x_3 и прямую $x_2 = -x_1$. Расстояние от оси x_3 до поверхности шара в плоскостях, перпендикулярных оси x_3 , убывает по закону косинуса. Если так же убывает градиент плотности, то сдвиговые усилия на поверхности шара будут убывать по закону квадратного косинуса, что проявляется, например, в дифференциальном вращении Солнца и газожидких планет. В земных условиях вышеописанная сила является одной из двух сил, приводящих к дрейфу континентов, появлению океанских и воздушных течений. Разберем более подробно картину океанских течений, которую конечно надо рассматривать как нулевое приближение к реальному описанию.

Пример 3.

Начало координат совместим с центром масс Земли. Ось X_3 направим к Северу по оси вращения Земли. Оси (X_1X_2) тогда окажутся в плоскости земного экватора. Из данных о дрейфе континентов следует, что источником градиентной силы на Земле является меридиан рифтовой долины в Атлантическом океане (рис. 6.2.3, а), а стоком – меридиан Курильской гряды (рис. 6.2.3, б).

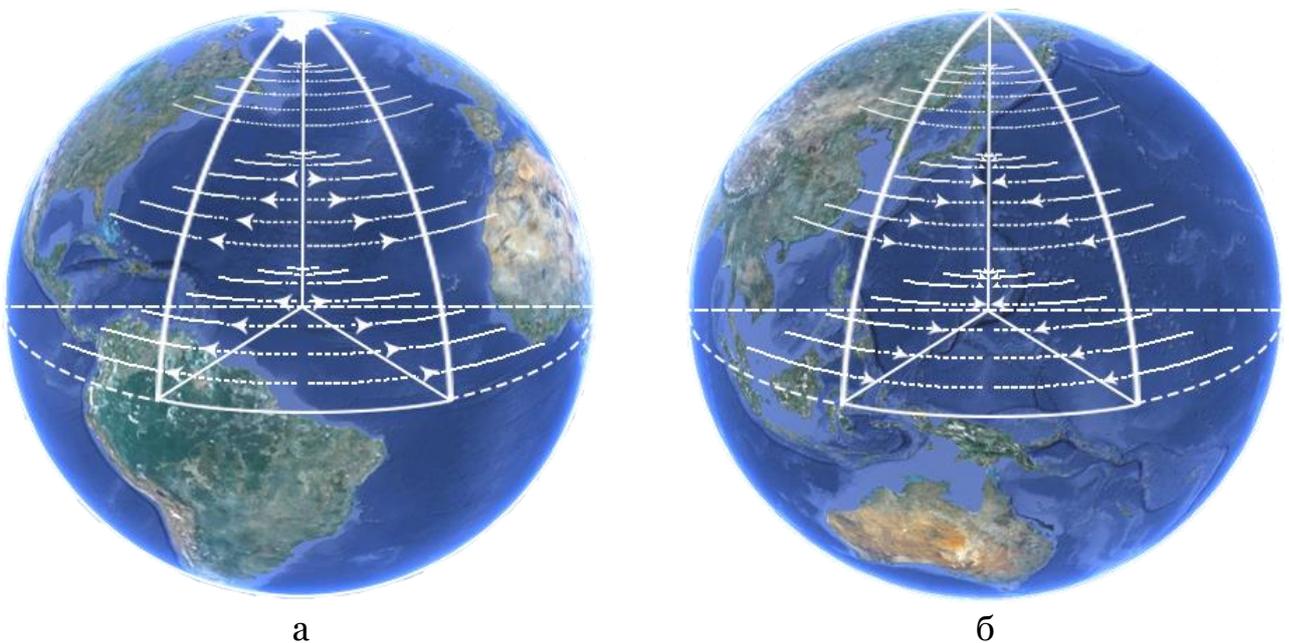


Рис. 6.2.3. Касательные силы в земном шаре с источником силы в рифтовой долине (а) и стоком в Курильской гряде (б).

Расположим оси (X_1X_2) так, чтобы в сферических координатах

$$x_1 = R\cos\theta\sin\varphi, \quad x_2 = R\sin\theta\sin\varphi, \quad x_3 = R\cos\varphi$$

меридиану Курильской гряды соответствовал угол $\theta = 45^\circ$.

Скорость поверхностных вод из-за вращения Земли

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}, \quad (6.2.9)$$

где $\boldsymbol{\omega}$ – вектор угловой скорости собственного вращения Земли, \mathbf{R} – радиус-вектор.

$$\begin{aligned} v_1 &= \omega_2 R \cos \varphi - \omega_3 R \cos \theta \sin \varphi, \\ v_2 &= \omega_3 R \sin \theta \sin \varphi - \omega_1 R \cos \varphi, \\ v_3 &= \omega_1 R \sin \theta \sin \varphi - \omega_2 R \cos \theta \sin \varphi, \\ v_1 + v_2 + v_3 &= R[\omega_1(\sin \theta \sin \varphi - \cos \varphi) + \omega_2(\cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi) + \\ &\quad + \omega_3 \sin \varphi(\cos \theta - \sin \theta)]. \end{aligned} \quad (6.2.10)$$

Будем считать, что плотность поверхностных вод при $\varphi \in [0, \pi/2]$ убывает по закону косинуса из-за повышения температуры воды при движении от Северного полюса к экватору, а затем при $\varphi \in [\pi/2, \pi]$ возрастает по этому же закону. Если при этом плотность воды с глубиной растет линейно и слабо зависит от φ , то ρ можно считать линейной функцией (x_1, x_2, x_3) и

$$\nabla \rho = -C_4(1, 1, 1). \quad (6.2.11)$$

Градиентная сила

$$\mathbf{F} = (\nabla \rho \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v}.$$

С учетом (6.2.10), поскольку $\omega_1 = \omega_2 = 0$, $\omega_3 = \text{const}$,

$$\nabla \rho \cdot \mathbf{v} = -C_4 R \omega_3 \sin^2 \varphi (\cos \theta - \sin \theta).$$

Положим

$$C_1 = -C_4 R \omega_3.$$

Тогда

$$F_1 = +C_1 \sin^2 \varphi (\sin \theta - \cos \theta). \quad (6.2.12)$$

Для этой силы источником будем Курильский меридиан, а стоком – меридиан рифтовой долины в Атлантическом океане. Таким образом градиентная сила (6.2.11) при $\theta \in [\pi/4, 5\pi/4]$ (от Курил через Тихий океан до рифтовой долины) положительна и направлена на Восток, т. е. по ходу вращения земли. При $\theta \in [\pi/4, -3\pi/4]$ (от Курил через Индийский океан до рифтовой долины) эта сила отрицательна и направлена на запад.

Однако, это не единственная сила, действующая на воды океана. Ниже будет подробно рассмотрена сила, создаваемая гравимагнитным полем Солнца и планет, и будут исследованы эффекты, ее проявляющие во времени и простран-

стве. Распределение этой силы в массе небесных тел еще подлежит экспериментальному выяснению. Здесь мы примем, что распределение этой гравимагнитной силы на поверхности Земли имеет вид:

$$F_2 = -C_2 + C_3 \sin 6\varphi, \quad C_2, C_3 = \text{const.}$$

Знак минус перед C_2 означает, что постоянная в пространстве (но не во времени) компонента этой силы в настоящее время направлена против собственного вращения Земли, что, в частности приводит к его замедлению. Итак, на поверхности воды окончательно действует сила

$$F = F_1 + F_2 = C_1 \sin^2 \varphi (\sin \theta - \cos \theta) - C_2 + C_3 \sin 6\varphi. \quad (6.2.13)$$

Автор не располагает экспериментальными данными для нахождения постоянных C_1, C_2, C_3 . Поэтому здесь будет дана картина относительных интенсивностей морских течений в предположении, что

$$C_1 = C_3 = 2C_2 = 1.$$

Эта нормированная сила

$$F = \sin^2 \varphi (\sin \theta - \cos \theta) - 0.5 + \sin 6\varphi.$$

Найдем величину этой силы в Южном полушарии ($\varphi \in [\pi/2, \pi]$) при $\theta = \pi$, т. е. когда $\sin \theta - \cos \theta = 1$:

$$F(\varphi = 90^\circ) = 0.5.$$

Эта сила направлена вдоль экватора на Восток и создает экваториальное противотечение в Тихом океане. Через четыре градуса

$$F(\varphi = 94.92^\circ) = 0.$$

Это значит, что интенсивность экваториального противотечения становится равной нулю приблизительно при 4.92° ю.ш. Далее сила меняет знак, достигает по модулю максимума при 15° ю.ш.

$$F(\varphi = 105^\circ) = -0.57,$$

и снова становится равной нулю на 27.2° ю.ш.

$$F(\varphi = 117.2^\circ) = 0.$$

Таким образом, в промежутке от 4.92° ю.ш. до 27.2° ю.ш. сила направлена на Запад и создает Южное экваториальное течение в Тихом океане.

Далее сила снова меняет знак, достигая максимума по модулю на 45.0° ю.ш.

$$F(\varphi = 135^\circ) = 1.$$

Эта сила создает Антарктическое циркумполярное течение. Она становится равной нулю на 57.9° ю.ш.

$$F(\varphi = 147.9^\circ) = 0,$$

и снова меняет знак, создавая Антарктическое прибрежное течение.

Для $\theta = -\pi/2$ (Индийский океан) имеем (принимая следующее значение констант $C_1 = 4$, $C_2 = 3$, $C_3 = 0.5$)

$$F(\varphi = 90^\circ) = 1.$$

Экваториальное противотечение отсутствует, т. к. и гравимагнитная и градиентные силы направлены в одну сторону: на Запад.

$$F(\varphi = 100.177^\circ) = 0,$$

$$F(\varphi = 105^\circ) = 0.27,$$

$$F(\varphi = 120^\circ) = 0,$$

$$F(\varphi = 130^\circ) = 0.21.$$

Таким образом, картина течений в Индийском океане качественно повторяет распределение течений в Тихом океане. Она достаточно хорошо соответствует реальным течениям Южного полушария. В Северном полушарии она должна зеркально повторяться, что соответствует действительности за исключением части Индийского океана севернее экватора, где вместо Северного экваториального течения, направленного на Запад, на самом деле имеется течение неправильной формы, направленное в целом на Восток. Можно предположить, что причиной этого является то, что в области существования этого течения вода по каким-то причинам оказывается теплее, т. е. менее плотной, чем в районе экватора. В этом случае, градиент будет иметь знак, противоположный предположенному выше. Соответственно поменяется направление градиентной силы.

Отдельно следует обсудить вопрос о меридиональных течениях. Они появляются, поскольку помимо указанных сил на водную массу действуют еще Кориолисова сила. Она направлена так, что в Северном полушарии приводит к соскальзыванию воды к Северу, а в Южном – к Югу, если водная масса движется на запад, и в противоположном направлении при движении воды на Восток.

Рассмотрим вопрос на примере Гольфстрима. В Атлантическом океане градиентные силы слабы, и в долготном направлении можно учитывать только действие гравимагнитной силы, которая вдоль экватора направлена на Запад. Эта сила прибывает Гольфстрим к Америке. В Западном полушарии $C_2 = 1.6$.

$$F(\theta = 0^\circ, \varphi = 90^\circ) = -2.3.$$

Она достигает своего максимума при $\varphi = 75^\circ$ (15° с.ш.)

$$F(\theta = -60^\circ, \varphi = 75^\circ) = -1.02.$$

и падает до нуля при $\varphi = 49^\circ$ (41° с.ш.) (мыс Код, США)

$$F(\theta = -76.5^\circ, \varphi = 49^\circ) = 0.$$

Далее она меняет знак, и поэтому не двигается вдоль Атлантического побережья США в Канаду, а направляется на Восток, достигая своего максимума при $\varphi = 45^\circ$ (45° с.ш.)

$$F(\theta = -45^\circ, \varphi = 45^\circ) = 0.41.$$

Эта сила прибывает Гольфстрим к Европе. Наиболее быстрые молекулы достигают берегов Южной Франции и Испании и под действием Кориолисовой силы движутся на Юг. Более медленные молекулы достигают Скандинавии и огибают полуостров. В Ледовитом океане теплые воды Гольфстрима встречают все возрастающее сопротивление градиентных сил и быстро рассеиваются.

На рис. 6.2.4 можно наблюдать довольно точное совпадение океанических течений и рассчитанных по формуле (6.2.13) сил.

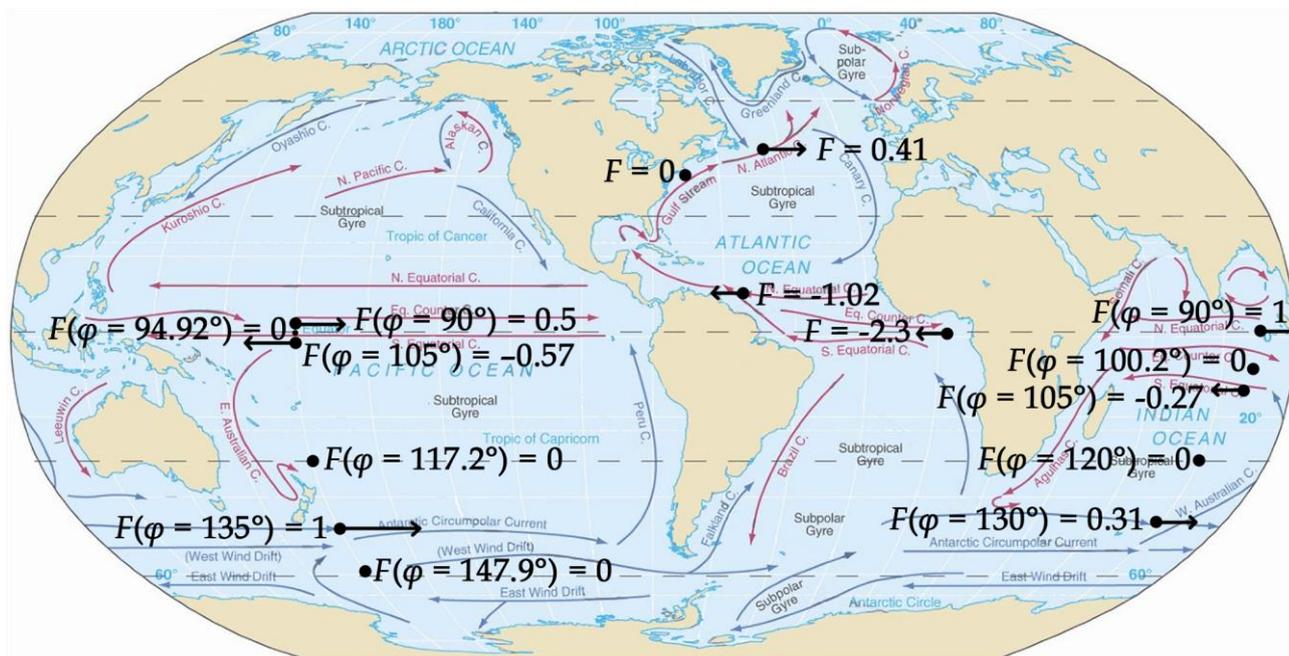


Рис. 6.2.4. Направление океанических течений и силы (6.2.13).

III. Гравимагнитное поле

Как следует из уравнения (6.1.7), гравитационный ток и ускоренное изменение напряженности гравиполя приводят к циркуляции гравимагнитного поля. Рассмотрим на двух примерах вопрос о том, к появлению каких сил это приведет.

Пример 1.

Пусть цилиндр массы m , длины l движется с постоянным ускорением $\dot{\mathbf{v}} = \text{const}$. Гравимагнитное поле, порожденное таким гравитокком, будет описываться уравнениями (6.1.10). Это случай гравимагнитостатики. В точности те же соображения, что и в случае электрического поля, приводят к выводу, что со-

зданное этим током гравимагнитное поле будет циркулировать по окружностям вокруг цилиндра. Здесь мы имеем точный аналог постоянного электрического тока. Гравитационный ток имеет вид

$$\mathbf{J} = m\dot{\mathbf{v}}. \quad (6.3.1)$$

Величина гравимагнитного поля, создаваемого этим током на расстоянии r , будет равна

$$\mathbf{B} = \frac{\gamma m \dot{\mathbf{v}}}{2\pi r l a^2}. \quad (6.3.2)$$

Если параллельно рассматриваемому нами цилиндру на расстоянии r будет двигаться такой же цилиндр, то на него в силу соотношения (6.1.9) будет действовать сила притяжения

$$F = \frac{\gamma m^2 \dot{v}_1^2 \dot{v}_2^2}{2\pi r l a^2}. \quad (6.3.3)$$

Пример 2.

Пусть теперь гравитационный ток силы \mathbf{I} циркулирует по петле площади S , создавая гравимагнитный дипольный момент $\boldsymbol{\mu}$. В случае электромагнитного поля

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{I}S. \quad (6.3.4)$$

Как будет показано в последних разделах, в случае гравитационного поля это, вообще говоря, не так. Для гравитационного поля соотношение, близкое к (6.3.4), будет выполняться лишь для достаточно малых угловых скоростей. При достаточно больших угловых скоростях начинается экспоненциальный рост $\boldsymbol{\mu}$. Это же относится и к случаю колебательного движения цилиндров. Если, например,

$$\dot{v} = b\omega^2 \cos \omega t, \quad (6.3.5)$$

где b – амплитуда, а ω – частота колебания двух цилиндров, колеблющихся в фазе, то соотношение для дополнительной силы

$$F = \frac{\gamma b^2 m^2 \omega^4 \cos \omega t}{2\pi a^2 r l},$$

полученное прямой подстановкой (6.3.5) в (6.3.3), будет справедливо лишь для достаточно малых ω .

Предположение 3.1. Во внешнем пространстве на расстояниях, достаточно больших, векторный гравитационный потенциал имеет вид, математически аналогичный векторному потенциалу электрического поля, а именно:

$$\mathbf{A} = \frac{\gamma}{a^2 r^3} \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{r}. \quad (6.3.6)$$

Беря ротор от выражения (6.3.6), получим вид гравимагнитного поля \mathbf{V} . В покомпонентном виде имеем

$$\begin{aligned} B_{x_1} &= \frac{\gamma\mu}{a^2} \cdot \frac{3x_1x_2}{r^5}; \\ B_{x_2} &= \frac{\gamma\mu}{a^2} \cdot \frac{3x_2x_3}{r^5}; \\ B_{x_3} &= -\frac{\gamma\mu}{a^2} \cdot \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x_3^2}{r^5} \right). \end{aligned} \tag{6.3.7}$$

Нижним индексом здесь обозначены проекции вектора \mathbf{V} на соответствующие оси. Предполагается, что петля расположена в плоскости (X_1X_2) , с центром в начале координат.

IV. Космические проявления гравимагнитного поля

Есть определенные основания считать, что ферромагнетизм, являющийся, если не редким, то и не типичным свойством веществ, значительно более распространен в случае гравимагнитного поля. Потребуется, конечно, время, чтобы ответить на вопрос о причинах этого. Мы же здесь сформулируем

Предположение: все массивные тела являются гравиферромагнетиками.

В частности, предполагается, что в макротелах элементарные гравитационные токи согласованы, а небесные тела, являющиеся предметом рассмотрения в данном параграфе, на достаточном расстоянии можно рассматривать как гравимагнитные диполи, порождающие гравимагнитное поле по формулам (6.3.7). Рассмотрим следствия такого предположения. Вернемся к примеру 1 раздела 2. Будем считать, что гравимагнитный момент Солнца направлен в положительную сторону по оси x_3 , которую восстановим из начала координат так, чтобы движение планеты происходило против часовой стрелки (как оно и происходит в Солнечной системе). К появлению как дополнительных сил, помимо ньютонова тяготения это приведет? Для рассматриваемой планеты второе и третье слагаемое в выражении для тока (6.1.15а) не равны нулю. Поэтому наличие дипольного гравимагнитного поля у Солнца должно привести к появлению двух дополнительных сил. Первая из них

$$\mathbf{F}^{(2)} = \mathbf{J}_2 \times \mathbf{V} = m\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{V}. \tag{6.4.1}$$

Здесь \mathbf{V} – дипольное гравимагнитное поле Солнца, задаваемое выражением (6.3.7). Определение $\boldsymbol{\tau}$ см. (6.2.2). Рассматривая (6.4.1) в покомпонентном виде для случая вращения планеты в произвольной плоскости, получим

$$\begin{aligned} F_1^{(2)} &= m(\tau_2 B_3 - \tau_3 B_2); \\ F_2^{(2)} &= m(\tau_3 B_1 - \tau_1 B_3); \\ F_3^{(2)} &= m(\tau_2 B_1 - \tau_1 B_2). \end{aligned} \tag{6.4.1a}$$

В частности, для планеты, вращающейся в плоскости солнечного экватора ($\tau_3 = 0, B_1 = B_2 = 0$) получим, что на планету действует радиальная сила.

$$\begin{aligned} F_1^{(2)} &= m\tau_2 B_3 = -\frac{\gamma\mu m}{a^2 r^3} (\varepsilon_3 x_1 + \omega_3 \dot{x}_1); \\ F_2^{(2)} &= -m\tau_1 B_3 = -\frac{\gamma\mu m}{a^2 r^3} (\varepsilon_3 x_2 + \omega_3 \dot{x}_2); \\ F_3^{(2)} &= 0. \end{aligned}$$

Здесь \dot{x}_i – производная по времени от x_i . Центроостремительное ускорение в поле **B** также породит дополнительную силу

$$\mathbf{F}^{(3)} = \mathbf{J}_3 \times \mathbf{B}. \quad (6.4.2)$$

Или в покомпонентном виде

$$\begin{aligned} F_1^{(3)} &= -\frac{\gamma\mu m\omega^2}{a^2 r^3} x_2; \\ F_2^{(3)} &= +\frac{\gamma\mu m\omega^2}{a^2 r^3} x_1; \\ F_3^{(3)} &= 0. \end{aligned} \quad (6.4.3)$$

Таким образом, центроостремительная сила, действующая на планету, в гравимагнитном поле центрального тела порождает касательную силу, которая в зависимости от знака μ «раскручивает» или же тормозит вращение планеты. С большой долей уверенности можно утверждать, что именно эта сила тормозит движение Фобоса и уменьшает радиус его орбиты. А то, что Фобос падает на Марс, а не удаляется от него, означает, что, по крайней мере, в экваториальной плоскости Марса $\mu < 0$. В третьем примере раздела 2 мы видели, что в веществе Земли знак μ меняется с широтой. Поэтому требуются дополнительные уточнения, чтобы понять распределение μ во внешнем пространстве вокруг Марса. Если, однако, для Марса верна аналогия с Землей, то из факта падения Фобоса на Марс можно сделать вывод и о том, что скорость собственного вращения Марса замедляется, как и у Земли. Подчеркнем еще раз общую мысль, что сила (6.4.3) ответственна за то, что «все в мире крутится». Именно она приводит к самопроизвольному вращению нестабилизированных спутников и т. д.

Почему, однако, ускорение, в конце концов, не раскручивает небесные тела до их разрыва центробежными силами? Ответ подсказывает следующий факт. Известно, что у молодых звезд скорость собственного вращения невысока. Она повышается со временем и достигает максимума для зрелых звезд. К старости звезды скорость собственного вращения снова теряют.

Значит, существует механизм, который периодически меняет знак μ со временем. Для молодых звезд μ преимущественно больше нуля, для старых – меньше. Здесь надо говорить, конечно, только о среднем значении μ как во вре-

мени, так и в пространстве, потому что судя по всему, этот знак меняется значительно чаще, чем один раз за жизнь звезды. Подтверждением тому в частности, служит периодическая смена полярности электромагнитного поля Земли. Известно, что электромагнитное поле Земли порождается потоками электрически заряженного вещества в жидком ядре Земли. Два обстоятельства здесь представляются неясными. Что служит источником энергии для этого динамо и почему эти потоки направлены против вращения Земли? Предлагаемый подход дает ответ на оба эти вопроса. Источником энергии служит сила (6.4.2), а направленность потока против вращения земли означает, что в настоящий момент для Земли в среднем $\mu < 0$, и должно происходить замедление собственного вращения Земли. Флуктуации в значении μ должны сказываться как на величине электромагнитного поля, так и на темпе замедления собственного вращения Земли, т. е. между этими параметрами должна наблюдаться жесткая корреляция. В заключение параграфа найдем дробь μ/Ma^3 для Марса, исходя из факта уменьшения радиуса орбиты Фобоса.

Пусть M – масса Марса, m – масса Фобоса, R – радиус орбиты Фобоса, ΔR – изменение радиуса орбиты за год, v – скорость, а ω – угловая скорость движения Фобоса. Тогда кинетическая энергия Фобоса.

$$K = \frac{mv^2}{2}, \quad v^2 = \frac{\gamma M}{2R}.$$

Поэтому

$$K = \frac{\gamma m M}{2R}.$$

Изменение кинетической энергии

$$\Delta K = \frac{\gamma m M}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R - \Delta R} \right) = -\frac{\gamma m M \Delta R}{2R^2}. \quad (6.4.4)$$

С другой стороны это должно быть равно работе силы (6.4.3) за год

$$W = \frac{\gamma \mu m \omega^2 2\pi N}{a^2 R}, \quad (6.4.5)$$

где N – число оборотов Фобоса за год.

В соответствии с наблюдениями [55], $\Delta R = 0.09$ м/год, приравнивая выражения (6.4.4) и (6.4.5), получим

$$\frac{\mu}{Ma^2} = \frac{\Delta R}{4\pi N R \omega^2} \approx 5.7 \times 10^{-6} \text{ с}^2. \quad (6.4.6)$$

У. Смещение перигелия, красное смещение, отклонение луча в гравимагнитном поле Солнца

В предыдущем разделе были учтены только силы, связанные с механическим движением планеты в гравимагнитном поле Солнца. Не были учтены внутренние гравитоны планеты. Рассмотрим силу, возникающую из-за взаимодействия гравимагнитных полей планеты и Солнца. Эта сила по формуле (6.1.9) имеет вид

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}, \quad (6.5.1)$$

где \mathbf{J} – гравитационный ток планеты, а \mathbf{B} – гравимагнитное поле Солнца. В покомпонентном виде имеем:

$$\begin{aligned} F_1 &= -J_2 \frac{\gamma\mu}{a^2} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x_3^2}{r^5} \right) - J_3 \frac{\gamma\mu}{a^2} \frac{3x_2x_3}{r^5}; \\ F_2 &= +J_3 \frac{\gamma\mu}{a^2} \frac{3x_1x_3}{r^5} - J_1 \frac{\gamma\mu}{a^2} \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3x_3^2}{r^5} \right); \\ F_3 &= J_1 \frac{\gamma\mu}{a^2} \frac{3x_2x_3}{r^5} - J_2 \frac{\gamma\mu}{a^2} \frac{3x_1x_3}{r^5}. \end{aligned} \quad (6.5.1a)$$

В частности, для планеты, движущейся в плоскости (X_1X_2) ($x_3 = 0$) получим

$$\begin{aligned} F_1 &= -J_2 \frac{\gamma\mu}{a^2 r^3}; \\ F_2 &= +J_1 \frac{\gamma\mu}{a^2 r^3}; \\ F_3 &= 0. \end{aligned} \quad (6.5.2)$$

Учитывая, что ток J движется вместе с планетой вокруг Солнца, имеем:

$$\begin{aligned} J_1 &= -J \frac{x_2}{r}; \\ J_2 &= -J \frac{x_1}{r}. \end{aligned} \quad (6.5.3)$$

Подставляя в (6.5.2), получим:

$$\begin{aligned} F_1 &= -J \frac{\gamma\mu}{a^2 r^4} x_1; \\ F_2 &= -J \frac{\gamma\mu}{a^2 r^4} x_2; \\ F_3 &= 0. \end{aligned} \quad (6.5.4)$$

Другими словами, за счет взаимодействия гравимагнитных полей планеты, движущейся в плоскости солнечного экватора, и Солнца между ними возникает дополнительная центростремительная сила, величина которой

$$F = -J \frac{\gamma\mu}{a^2 r^3}.$$

Еще в «Началах» Ньютона было показано, что такая сила должна приводить к смещению перигелиев планет. Такое смещение (радиан за оборот) дается формулой (Ньютон [35], стр. 144).

$$\Delta\theta = \frac{2\pi Fr^3}{\gamma m M R_0 (1-e^2)} = \frac{2\pi J\mu}{m M a^2 R_0 (1-e^2)}. \quad (6.5.6)$$

Здесь M – масса Солнца, m – масса планеты, R_0 – большая полуось, а e – эксцентриситет орбиты, по которой движется планета.

Предположение.

$$J = a(t) m a,$$

$$\mu = a(t) M c^2.$$

Здесь a – гравитационное ускорение, c – скорость света, $a(t)$ – функция времени, характеризующая напряженность гравимагнитного поля в Солнечной системе.

Подставляя предположенный вид J и μ в (6.5.6), получим

$$\Delta\theta = \frac{2\pi a^2(t) c^2}{a R_0 (1-e^2)} \text{ рад/оборот}. \quad (6.5.6a)$$

Отсюда

$$\frac{a^2(t) c^2}{a} = \frac{\Delta\theta R_0 (1-e^2)}{2\pi}. \quad (6.5.6б)$$

Найдем левую часть по данным о смещении перигелиев планет солнечной системы. Подставляя данные о смещении перигелия Меркурия, получим

$$\frac{a^2(t_0) c^2}{a} \approx 4.445 \times 10^5 \text{ м}. \quad (6.5.6в)$$

Здесь t_0 – момент наблюдения. Вернемся к равенству (6.4.6). Используя предположенный вид μ , получим

$$\frac{a(t_0) c^2}{a^2} \approx 5.7 \times 10^{-6} \text{ с}^2. \quad (6.5.6г)$$

А тогда, с учетом (6.5.6в)

$$a = 7.796 \times 10^{10} \text{ м/с}^2, \quad a(t_0) = 0.621. \quad (6.5.6д)$$

Близкие значения для a получим, используя данные о смещении перигелиев других планет:

Земля: $a = 10.12 \times 10^{10} \text{ м/с}^2$, $\alpha = 0.806$,

Венера: $a = 7.572 \times 10^{10} \text{ м/с}^2$, $\alpha = 0.603$,

Марс: $a = 6.33 \times 10^{10} \text{ м/с}^2$, $\alpha = 0.504$,

(1566) Икар: $a = 7.577 \times 10^{10} \text{ м/с}^2$, $\alpha = 0.603$.

Отметим сходство соотношений (6.5.6) и особенно (6.5.6a) с соответствующей формулой общей теории относительности. Обе они в точности совпадают с формулой Ньютона. Однако это верно лишь для плоскости (X_1X_2) (экваториальная плоскость Солнца). Для плоскости (X_1X_3) (меридиональная плоскость Солнца) имеем

$$J_1 = -J \frac{x_3}{r};$$

$$J_2 = +J \frac{x_1}{r}.$$

Положим

$$\alpha = J \frac{\gamma\mu}{a^2}. \quad (6.5.7)$$

Тогда сила, действующая на планету, будет иметь вид:

$$F_1 = 0,$$

$$F_2 = \frac{\alpha x_3}{r^4} \left(3 \frac{x_1^2}{r^2} - 3 \frac{x_3^2}{r^2} + 1 \right),$$

$$F_3 = 0,$$

т. е. на планету действует только боковая сила F_2 . Для наглядности перейдем к полярным координатам:

$$x_1 = r \cos \theta, \quad x_3 = r \sin \theta,$$

$$F_2 = \frac{\alpha \sin \theta}{r^3} (3 \cos 2\theta + 1).$$

Укажем величину этой силы в некоторых точках

$$F_2(\theta = 0) = 0, \quad F_2(\theta = \pi/4) = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2r^3},$$

$$F_2(\theta = \pi/2) = -\frac{2\alpha}{r^3}, \quad F_2(\theta = 3\pi/4) = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2r^3},$$

$$F_2(\theta = \pi) = 0, \quad F_2(\theta = 5\pi/4) = -\frac{\alpha\sqrt{2}}{2r^3},$$

$$F_2(\theta = 3\pi/2) = -\frac{4\alpha}{r^3}, \quad F_2(\theta = 7\pi/4) = -\frac{\alpha\sqrt{2}}{2r^3}.$$

Можно сказать, что на орбиту планеты действует момент сил, прижимающий ее к плоскости Солнечного экватора (на манер сил, вращающих рамку с электрическим током в электромагнитном поле). По-видимому, именно эта сила ответственна за то, что орбиты естественных спутников тяготеют к экваториальным плоскостям центральных тел.

Рассмотрим теперь фотон, движущийся к наблюдателю на Земле от экваториального края диска Солнца (плоскость (X_1X_2)) и от полярного (плоскость (X_1X_3)). Расположим оси (X_1X_2) так, чтобы X_1 была направлена к наблюдателю.

При прямолинейном центробежном движении гравитационный ток примет вид:

$$\begin{aligned} J_1 &= J \frac{x_1}{r}; \\ J_2 &= J \frac{x_2}{r}; \\ J_3 &= J \frac{x_3}{r}. \end{aligned} \tag{6.5.8}$$

Сила (6.5.1а) в плоскости (X_1X_2) ($X_3 = 0, J_3 = 0$) будет иметь вид

$$\begin{aligned} F_1 &= -J_2 \frac{\gamma\mu}{a^2 r^3} = -\alpha \frac{x_2}{r^4}; \\ F_2 &= +J_1 \frac{\gamma\mu}{a^2 r^3} = +\alpha \frac{x_1}{r^4}; \\ F_3 &= 0, \end{aligned} \tag{6.5.9}$$

а в плоскости (X_1X_3) ($X_2 = 0, J_2 = 0$)

$$\begin{aligned} F_1 &= 0; \\ F_2 &= \alpha \frac{x_1}{r^4}; \\ F_3 &= 0. \end{aligned} \tag{6.5.10}$$

Пусть r_0 – радиус Солнца, R_0 – расстояние от Солнца до Земли. Проекция силы F_1 совершает над фотоном работу. Для экваториального луча ($x_2 = r_0$) эта работа

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{R_0} F_1 dx_1 = -\alpha \int_0^{R_0} \frac{r_0 dx_1}{r^4} = -\frac{\alpha}{r_0} \left(\int_0^{R_0} \frac{(r_0^2 + x_1^2) dx_1}{(x_1^2 + r_0^2)^2} - \int_0^{R_0} \frac{x_1 dx_1}{(x_1^2 + r_0^2)^2} \right) = \\ &= -\frac{\alpha}{2r_0} \left(\frac{\arctg(R_0/r_0)}{r_0} + \frac{R_0}{R_0^2 + r_0^2} \right) \xrightarrow{R_0 \rightarrow \infty} -\frac{\pi\alpha}{4r_0^2}. \end{aligned} \tag{6.5.11}$$

Если $\alpha > 0$, т. е. J и μ одного знака (это условие заведомо будет выполняться, если гравимагнитное поле Солнца ориентирует гравимагнитное поле фотона по своим силовым линиям), то работа (6.5.11) отрицательна и будет приводить к красному смещению в спектре луча. В противном случае должно иметь место синее смещение.

Для полярного же луча в силу равенства (6.5.10) смещение будет отсутствовать. Проекция силы F_2 и F_3 также будут совершать работу, отклоняя луч от прямолинейного пути. Из соотношений (6.5.9) и (6.5.10) следует, что вдоль координаты X_3 смещение отсутствует как для экваториального, так и для полярного фотонов. Как для того, так и для другого фотонов имеет место равное по модулю и по направлению отклонение вдаль координаты X_2 .

Пусть m – масса движущегося фотона. Тогда его отклонение от прямолинейного пути вдоль оси X_2 будет иметь вид:

$$s(t_0) = \frac{\alpha}{m_{00}} \int_0^{t_0} \int_0^{\tau} F_2 d\tau dt,$$

где t_0 – время движения фотона от Солнца до наблюдателя. Поскольку

$$t = \frac{x_1}{c},$$

где c – скорость света,

$$s(R_0) = \frac{\alpha}{mc^2} \int_0^{R_0} \int_0^{x_1} \frac{x_1 dx_1 dx_1}{(x_1^2 + r_0^2)^2} = -\frac{\alpha \operatorname{arctg}(R_0/r_0)}{2mc^2 r_0} \xrightarrow{R_0 \rightarrow \infty} -\frac{\pi\alpha}{4mc^2 r_0}.$$

Используя соотношения (6.5.6а), найдем численную оценку отклонения луча для наблюдателя на Земле

$$s = -\frac{\pi\gamma M C_1 C_2}{4c^2 r_0 a^2} \approx 8 \times 10^{-3} \text{ м.}$$

Здесь M – масса Солнца.

Аналогично для фотона с угловой частотой $\nu = 9 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ энергия красного смещения будет иметь вид

$$A = \frac{\pi\gamma\mu J}{4r_0^2} = \frac{\pi\gamma\hbar\nu M}{4c^2 r_0^2} \cdot \frac{C_1 C_2}{a^2} \approx 1 \times 10^{-33} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2}.$$

Отсюда относительное уменьшение частоты

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-10}.$$

Отметим, что это существенно меньше, чем красное смещение за счет ньютонова потенциала, для которого будет

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2 \times 10^{-6}.$$

В заключение параграфа приведем другой вывод формул (6.5.6) и (6.5.6а). При появлении дополнительной силы (6.5.5) уравнение движения планеты будет иметь вид:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + L \frac{r}{r^3} = 0,$$

где $L = \left(1 + \frac{J\mu}{Mma^2 r}\right)$, M – масса центрального тела, m – масса планеты. Положим

$\beta = -\frac{J\mu}{Mma^2}$. Тогда уравнение движения планеты будет иметь вид

$$r = \frac{\sigma^2 - \gamma M \beta}{\gamma M + \lambda \cos \theta},$$

где σ – величина константы площадей, λ – величина вектора Лапласа, θ – угол, отсчитываемый от оси аписид. Положим

$$p = \frac{\sigma}{\gamma M}, \quad e = \frac{\lambda}{\gamma M}.$$

Тогда

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} - \frac{\beta}{1 + e \cos \theta}.$$

Отсюда

$$\frac{\beta}{p} = 1 - \frac{r(1 + e \cos \theta)}{p}.$$

Интегрируя по θ от 0 до 2π , получим

$$2\pi - \frac{\int_0^{2\pi} r d\theta}{p} = \frac{2\pi\beta}{p}.$$

Обозначим через $\Delta\theta$ левую часть получившегося равенства. Она имеет смысл угла поворота орбиты как целого за 1 оборот планеты. Фокальный параметр $p = R_0(1 - e^2)$.

Окончательно получаем соотношение (6.5.6)

$$\Delta\theta = \frac{2\pi J\mu}{a^2 m M R_0 (1 - e^2)}.$$

Этот же факт можно сформулировать в терминах сокращения периода оборота планеты. В случае эллиптической орбиты с малым эксцентриситетом при наличии только ньютоновой силы период оборота

$$T = \frac{2\pi p^2}{\sigma}.$$

В нашем случае

$$\tilde{T} = \frac{2\pi(p - \beta)^2}{\sigma}.$$

Сокращение периода

$$\Delta T = T - \tilde{T} = \frac{2\pi\beta}{\sigma}(2p - \beta).$$

VI. Аналогии с электромагнитным полем

Рассмотрим однородное уравнение вида (6.1.1) и (6.1.2)

$$\nabla \cdot \nabla \varphi - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^4} = 0. \quad (6.6.1)$$

Оно описывает распространение гравитационных волн в пустом пространстве.

Теорема 1. Гравитационные поля \mathbf{G} и \mathbf{D} в пустом пространстве удовлетворяют уравнению (6.6.1). Доказательство следует непосредственно из определений \mathbf{G} и \mathbf{D} через \mathbf{A} и φ .

Так взяв ротор от однородного уравнения (6.1.1), получим:

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{D} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \mathbf{D}}{\partial t^4} = 0. \quad (6.6.2)$$

Такое же уравнение получим для \mathbf{G} следующим образом, Возьмем ротор от обеих частей равенства (6.1.5)

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{G}) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla \times \mathbf{D}).$$

Но

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{G}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{G}) - \nabla \cdot (\nabla \mathbf{G}).$$

В пустом пространстве

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = 0.$$

В отсутствие токов, дифференцируя (6.1.7) дважды по t , получим

$$\frac{\partial^2 \mathbf{G}}{\partial t^2} (\nabla \times \mathbf{D}) = -\frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \mathbf{G}}{\partial t^4},$$

т. е.

$$\nabla \cdot \nabla \mathbf{G} = \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \mathbf{G}}{\partial t^4}.$$

Что и требовалось доказать.

Пусть Γ – произвольный контур, S – натянутая на этот контур поверхность, а n – нормаль к ней. Тогда верна

Теорема 2.

$$\int_{\Gamma} \mathbf{G} d\mathbf{l} = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_S \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} ds. \quad (6.6.3)$$

Утверждение следует из (6.1.5) и теоремы Стокса. Теорема 2 является аналогом закона Фарадея. Левую часть соотношения (6.6.3) можно назвать гравидвижущей силой, а выражение справа под знаком дифференцирования по t – гравимагнитным потоком. Таким образом, теорема 2 утверждает, что гравидвижущая сила по контуру равна с обратным знаком ускорению изменения гравимагнитного потока через поверхность S , натянутую на этот контур.

VII. Краевая задача для потенциалов

Рассмотрим краевую задачу для однородного уравнения вида (6.1.1)

$$\nabla \cdot \nabla u - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} = 0; \quad (6.7.1)$$

$$\begin{aligned} u|_{t=0} = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = u_1(x), \\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = u_2(x), \quad \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} \Big|_{t=0} = u_3(x); \end{aligned} \quad (6.7.2)$$

$$\alpha u = \beta \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_S = 0, \quad t \geq 0, \quad (6.7.3)$$

$x \in \mathbf{G}$, $\mathbf{G} \subset R^3$ – область трехмерного евклидова пространства, где проходит процесс, S – ее кусочно-гладкая граница, $\alpha \in C(s)$, $\beta \in C(s)$, $\alpha(x) \geq 0$, $\beta(x) \geq 0$, $\alpha(x) + \beta(x) > 0$, $x \in S$.

Найдем решение методом Фурье, т. е. будем искать решение в виде произведения

$$T(t) \cdot X(x), \quad (6.7.4)$$

удовлетворяющего граничным условиям (6.7.3).

Из этих решений составим линейную комбинацию, удовлетворяющую начальным условиям (6.7.2) Подставляя (6.7.4) в (6.7.1), получим

$$\frac{T''''(t)}{a^2 T(t)} = \frac{MX(x)}{X(x)}, \quad (6.7.5)$$

где оператор M определяется равенством

$$MX(x) = \nabla \cdot \nabla X(x).$$

Из (6.7.5) получим 2 уравнения

$$MX = \lambda x, \quad (6.7.6)$$

$$T''''(t) = \lambda a^2 T, \quad \lambda = \text{const}. \quad (6.7.7)$$

Решение $X(x)$ уравнения (6.7.6) должно удовлетворять граничным условиям (6.7.3), поэтому в качестве X и λ можно взять собственные функции X_j и собственные значения λ_j оператора M . Как известно, множество собственных значений $\{\lambda_j\}$ оператора M счетно, не имеет предельных точек в L_2 , $\lambda_j > 0$, каждое собственное значение λ , имеет конечную кратность. Собственные функции X_j можно выбрать вещественными и ортонормальными. Всякая функция $f \in C^2(G) \cap C^1(\bar{G})$, $Mf \in L_2(\bar{G})$, $f/S = 0$ разлагается в ряд Фурье по собственным функциям X_j .

Положим $\lambda = k^2$. Т. к. $\lambda > 0$, k – вещественно. Общее вещественное решение уравнения (6.7.7) имеет вид

$$T_j(t) = b_j \cos \sqrt{k_j a t} + C_j \sin \sqrt{k_j a t} + d_j \text{ch} \sqrt{k_j a t} + l_j \text{sh} \sqrt{k_j a t}, \quad (6.7.8)$$

$$b_j, C_j, d_j, l_j = \text{const}.$$

В силу (6.7.4) и (6.7.8) построено счетное число частных (линейно независимых) решений уравнения (6.7.1):

$$T_j(t)X_j(x) = (b_j \cos \sqrt{k_j a t} + C_j \sin \sqrt{k_j a t} + d_j \text{ch} \sqrt{k_j a t} + l_j \text{sh} \sqrt{k_j a t})X_j, \quad (6.7.9)$$

удовлетворяющих граничным условиям (6.7.3) и содержащих произвольные постоянные b_j, C_j, d_j, l_j . Составим формальный ряд

$$\sum_{j=1}^{\infty} T_j(t)X_j(x) = \sum_{j=1}^{\infty} (b_j \cos t \sqrt{k_j a} + C_j \sin t \sqrt{k_j a} + d_j \text{cht} \sqrt{k_j a} + l_j \text{sht} \sqrt{k_j a})X_j. \quad (6.7.10)$$

Коэффициенты b_j, C_j, d_j, l_j выберем так, чтобы удовлетворить начальным условиям (6.7.2):

$$\sum_{j=1}^{\infty} \frac{b_j + d_j}{2} X_j = u_0(x), \quad \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{k_j a} \frac{C_j + l_j}{2} X_j = u_1(x).$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} k_j a \frac{b_j - d_j}{2} X_j = -u_2(x), \quad \sum_{j=1}^{\infty} (k_j a)^{3/2} \frac{C_j - l_j}{2} X_j = -u_3(x).$$

В силу полноты ортонормальной системы $\{X_j\}$ в $L_2(G)$

$$\frac{b_j + d_j}{2} = \int_G u_0 X_j dx, \quad \frac{C_j + l_j}{2} = \int_G u_1 X_j dx \cdot \frac{1}{\sqrt{k_j a}}, \quad (6.7.11)$$

$$\frac{b_j - d_j}{2} = -\frac{1}{k_j a} \int_G u_2 X_j dx, \quad \frac{C_j - l_j}{2} = -\frac{1}{(k_j a)^{3/2}} \int_G u_3 X_j dx.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} b_j &= \frac{1}{2} \int_G \left(u_0 - \frac{1}{k_j a} u_2 \right) X_j dx, & c_j &= \frac{1}{2\sqrt{k_j a}} \int_G \left(u_1 - \frac{1}{k_j a} u_3 \right) X_j dx, \\ d_j &= \frac{1}{2} \int_G \left(u_0 + \frac{1}{k_j a} u_2 \right) X_j dx, & l_j &= \frac{1}{2\sqrt{k_j a}} \int_G \left(u_1 + \frac{1}{k_j a} u_3 \right) X_j dx. \end{aligned} \quad (6.7.12)$$

Рассмотрим неоднородное уравнение

$$\frac{1}{a_2} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} = Mu + F(x, t). \quad (6.7.13)$$

При каждом $t > 0$ разложим решение $u(x, t)$ задачи (6.7.13), (6.7.2), (6.7.3) в ряд Фурье по собственным функциям $\{X_j\}$ оператора M

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} T_j(t) X_j(x), \quad T_j(t) = \int_G u X_j dx. \quad (6.7.14)$$

Начальные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} T_j(0) &= b_j + d_j = \int_G u_0(x) X_j dx, \\ T_j'(0) &= C_j + l_j = \frac{1}{\sqrt{k_j a}} \int_G u_1 X_j dx, \\ T_j''(0) &= b_j - d_j = -\frac{1}{k_j a} \int_G u_2 X_j dx, \\ T_j'''(0) &= C_j - l_j = -\frac{1}{(k_j a)^{3/2}} \int_G u_3 X_j dx. \end{aligned} \quad (6.7.15)$$

Откуда

$$\begin{aligned} b_j &= \frac{1}{2} \int_G \left(u_0 - \frac{1}{k_j a} u_2 \right) X_j dx, & C_j &= \frac{1}{2(k_j a)^{1/2}} \int_G \left(u_1 - \frac{1}{k_j a} u_3 \right) X_j dx, \\ d_j &= \frac{1}{2} \int_G \left(u_0 + \frac{1}{k_j a} u_2 \right) X_j dx, & l_j &= \frac{1}{2(k_j a)^{1/2}} \int_G \left(u_1 + \frac{1}{k_j a} u_3 \right) X_j dx. \end{aligned} \quad (6.7.15a)$$

В силу (6.7.2), (6.7.14) и (6.7.11) неизвестные функции $T_j(t)$ должны удовлетворять начальным условиям (6.7.15a). Составим дифференциальное уравнение для функции $T_j(t)$. Умножая скалярно уравнение (6.7.13) на X_j получим цепочку равенств

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^2} \int_G \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} X_j dx &= \frac{1}{a^2} \frac{d^4}{dt^4} \int_G u X_j dx = \int_G M u X_j dx + \int_G F X_j dx = \int_G u M X_j dx + \int_G F X_j dx = \\ &= k^2 \int_G u X_j dx + \int_G F X_j dx, \end{aligned}$$

т. е. в силу (6.7.14) функции T_j удовлетворяют уравнению

$$T_j - k^2 a^2 T_j = a^2 h_j(t), \quad (6.7.16)$$

где

$$h_j(t) = \int_G F(x, t) X_j(x) dx. \quad (6.7.17)$$

Решая задачу Коши для уравнения (6.7.16) с начальными условиями (6.7.15a) получим:

$$\begin{aligned} T_j(t) &= \int_G \left[\frac{a^2}{2(k_j a)^{3/2}} \left(\int_0^t (\operatorname{sh} \sqrt{k_j a}(t - \tau) - \sin \sqrt{k_j a}(t - \tau)) F(x, \tau) d\tau + \right. \right. \\ &+ u_0 (\cos \sqrt{k_j a} t + \operatorname{ch} \sqrt{k_j a} t) - \frac{u_1}{\sqrt{k_j a}} (\sin \sqrt{k_j a} t + \operatorname{sh} \sqrt{k_j a} t) - \\ &\left. \left. - \frac{u_2}{k_j a} (\cos \sqrt{k_j a} t - \operatorname{ch} \sqrt{k_j a} t) - \frac{u_3}{(k_j a)^{3/2}} (\sin \sqrt{k_j a} t - \operatorname{sh} \sqrt{k_j a} t) \right) dx = \right. \\ &= \frac{a^2}{2(k_j a)^{3/2}} \int_0^t (\operatorname{sh} \sqrt{k_j a}(t - \tau) - \sin \sqrt{k_j a}(t - \tau)) h_j d\tau + b_j \cos \sqrt{k_j a} t + \\ &\left. + C_j \sin \sqrt{k_j a} t + d_j \operatorname{ch} \sqrt{k_j a} t + l_j \operatorname{sh} \sqrt{k_j a} t. \right. \end{aligned} \quad (6.7.18)$$

Подставляя (6.7.18) в ряд (6.7.14) получим формальное решение смешанной задачи (6.7.13), (6.7.2), (6.7.3).

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} T_j(t) X_j(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{a^2}{2(k_j a)^{3/2}} \cdot \int_0^t (\operatorname{sh} \sqrt{k_j a}(t - \tau) - \right. \\ &\left. - \sin \sqrt{k_j a}(t - \tau)) h_j d\tau + b_j \cos \sqrt{k_j a} t + C_j \sin \sqrt{k_j a} t + \right. \\ &\left. + d_j \operatorname{ch} \sqrt{k_j a} t + l_j \operatorname{sh} \sqrt{k_j a} t \right) X_j(x). \end{aligned} \quad (6.7.19)$$

Последние 4 слагаемых в ряду (6.7.19) дают решение смешанной задачи при $F = 0$, а первое слагаемое при $u_0 = u_1 = u_2 = u_3 = 0$, а тогда и $b_j = C_j = d_j = l_j = 0$.

VIII. Вращение по окружности. Зависимость от пространственных координат

Пусть по окружности радиуса r_0 , расположенной в плоскости $(X_1 X_2)$ с центром в начале координат с постоянной угловой скоростью вращается масса m , распределенная с плотностью ρ . Такое вращение создает гравитационный ток величины

$$J = -m r_0 \omega^2$$

с плотностью

$$j = \rho r_0 \omega^2.$$

Найдем векторный гравитационный потенциал A , создаваемый такой плотностью тока. Он будет удовлетворять уравнение:

$$\nabla \cdot \nabla A_1 - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 A_1}{\partial t^4} = -\frac{4\pi\gamma}{a^2} \rho r_0 \omega^2 \cos \omega t, \quad (6.8.1)$$

$$\nabla \cdot \nabla A_2 - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 A_2}{\partial t^4} = -\frac{4\pi\gamma}{a^2} \rho r_0 \omega^2 \sin \omega t, \quad (6.8.2)$$

$$\nabla \cdot \nabla A_3 - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 A_3}{\partial t^4} = 0. \quad (6.8.3)$$

А можно считать функцией только двух переменных: времени t и расстояния от начала координат r .

Пусть

$$\alpha = \frac{\gamma}{a^2}. \quad (6.8.4)$$

Будем решать задачу при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} T_1(0) &= \alpha m_0 \omega^2, \quad T_1'(0) = 0, \quad T_1''(0) = -\alpha m_0 \omega^4, \quad T_1'''(0) = 0; \\ T_2(0) &= 0, \quad T_2'(0) = \alpha m_0 \omega^3, \quad T_2''(0) = 0, \quad T_2'''(0) = -\alpha m_0 \omega^5; \\ T_3(0) &= 0, \quad T_3'(0) = 0, \quad T_3''(0) = 0, \quad T_3'''(0) = 0. \end{aligned} \quad (6.8.5)$$

Пусть граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} X_j(0) &= k_j r_0. \\ X_j(r_0) &= \text{sh}(k_j r_0), \quad j = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.8.6)$$

Начнем решение с анализа зависимости от пространственных координат. Фундаментальное решение имеет вид:

$$C_j^1 \text{ch}(k_j r); \quad C_j^2 \text{sh}(k_j r), \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.8.7)$$

Вращение по окружности происходит с постоянной угловой скоростью ω . Будем считать выполненным условие резонанса: существует k_j^* такое, что

$$\omega = \sqrt{k_j^* a}. \quad (6.8.8)$$

Это k_j^* обозначим через k .

Для этого k постоянные во внутренней задаче Дирихле будут иметь вид:

$$C_1^1 = 0; \quad C_1^2 = r_0.$$

А тогда

$$X(r) = \frac{r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r}, \quad r = [0, r_0].$$

Векторный потенциал в этом случае принимает вид:

$$A_1(x, t) = \frac{\gamma}{a^2} \left[\frac{2\pi\rho a^2 r_0}{\omega} \int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \cos \omega\tau d\tau + \right. \\ \left. + m_0 \omega^2 \cos \omega t - m_0 \omega^2 \operatorname{ch} \omega t \right] \frac{r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r}, \quad (6.8.9)$$

$$A_2(x, t) = \frac{\gamma}{a^2} \left[\frac{2\pi\rho a^2 r_0}{\omega} \int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \sin \omega\tau d\tau + \right. \\ \left. + m_0 \omega^2 \sin \omega t - m_0 \omega^2 \operatorname{sh} \omega t \right] \frac{r_0 \operatorname{ch}(kr)}{r}. \quad (6.8.10)$$

Выражения в квадратных скобках в соотношениях (6.8.9) и (6.8.10) зависят только от времени и имеют размерность кг/с². Их естественно считать компонентами вектора силы гравитационного тока:

$$\mathbf{J} = (J_1, J_2, 0),$$

$$J_1(t) = \frac{2\pi\rho a^2 r_0}{\omega} \int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \cos \omega\tau d\tau + \\ + m_0 \omega^2 \cos \omega t - m_0 \omega^2 \operatorname{ch} \omega t, \quad (6.8.11)$$

$$J_2(t) = \frac{2\pi\rho a^2 r_0}{\omega} \int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \sin \omega\tau d\tau + \\ + m_0 \omega^2 \sin \omega t - m_0 \omega^2 \operatorname{sh} \omega t. \quad (6.8.12)$$

Для внешней задачи Дирихле имеем

$$C_1 \operatorname{ch}(kr_0) + C_2 \operatorname{sh}(kr_0) = \operatorname{sh}(kr_0), \\ C_1 \operatorname{ch}(\infty) + C_2 \operatorname{sh}(\infty) = 0. \quad (6.8.13)$$

Отсюда

$$C_1 = -C_2 = r_0 \exp\{kr_0\} \operatorname{sh}(kr_0), \\ X(r) = \frac{r_0 \exp\{k(r_0 - r)\} \operatorname{sh}(kr_0)}{r}, \quad r \geq r_0. \quad (6.8.14)$$

А векторный гравитационный потенциал примет вид:

$$A_1 = \alpha J_1 \frac{r_0 \exp\{k(r_0 - r)\} \operatorname{sh}(kr_0)}{r}, \quad r \geq r_0; \quad (6.8.15)$$

$$A_2 = \alpha J_2 \frac{r_0 \exp\{k(r_0 - r)\} \text{sh}(kr_0)}{r}, \quad r \geq r_0. \quad (6.8.16)$$

Как видно из (6.8.15) и (6.8.16) этот потенциал убывает экспоненциально и существенен только в непосредственной окрестности r_0 .

Однако во внешнем пространстве это не единственный потенциал, создаваемый вращающейся массой. К нему добавляется потенциал, индуцированный потенциалом внутренности круга.

Найдем его, интегрируя $\frac{r_0 \text{sh}(kr_0)}{r}$ по площади круга. Переходя к полярным координатам, имеем

$$v = r_0 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{r_0} \text{sh}(kr) dr = \frac{2\pi r_0}{k} (\text{ch}(kr_0) - 1).$$

Изучим поведение v как функции k , учитывая, что из условия резонанса (6.8.8) следует, что,

$$k = \frac{\omega^2}{a}. \quad (6.8.17)$$

При малом k , разлагая $\text{ch}(kr)$ в ряд, получим:

$$v = \frac{2\pi r_0}{k} \left(1 + \frac{k^2 r_0^2}{2} - 1\right) = 2\pi k r_0^3.$$

v является аналогом площади петли с электрическим током.

При $k \in [0, r_0^{-1}]$ происходит линейный рост v от 0 до πr_0^2 . Затем начинается экспоненциальный рост v и следовательно суммарного векторного потенциала круга D .

Выражение $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{J}v$ естественно назвать гравимагнитным дипольным моментом. Тогда суммарный векторный потенциал диполя

$$\mathbf{D} = \frac{4\pi\gamma}{a^2} \boldsymbol{\mu}.$$

В точках внешней сферы радиуса $R \gg r_0$ он порождает потенциал

$$\mathbf{A} = \frac{\gamma}{a^2 R^2} \boldsymbol{\mu}. \quad (6.8.18)$$

При таком определении \mathbf{A} задается проекциями вектора силы гравитока \mathbf{J} на оси $(X_1 X_2)$. Для большей близости к существующей физической традиции направление \mathbf{J} можно определить как нормаль к плоскости петли с положительным направлением, определяемым по правилу правой руки. Тогда (6.8.18) примет вид формулы (6.3.6)

$$\mathbf{A} = \frac{\gamma}{a^2 R^2} \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{R}, \quad R > r_0, \quad (6.8.19)$$

предположенной нами раньше просто по аналогии с электрическим полем.

Скалярный потенциал найдем, используя условие калибровки (6.1.3). Для внутренней задачи Дирихле имеем:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\gamma r_0 \operatorname{ch}(kr)}{a^2 r^2} (J_1 x_1 + J_2 x_2) \left(k - \frac{1}{r} \right).$$

Положим,

$$m_1(t) = \int_0^t \int_0^\tau J_1 ds d\tau,$$

$$m_2(t) = \int_0^t \int_0^\tau J_2 ds d\tau,$$

$$\mathbf{M}(t) = (m_1, m_2, 0).$$

Эту векторную величину будем называть динамической массой. Тогда из (6.1.3) получим вид скалярного потенциала внутри круга

$$\varphi = \frac{\gamma r_0 \operatorname{ch}(kr)}{r^2} \left(\frac{1}{r} - k \right) (m_1 x_1 + m_2 x_2) + \varphi'(0)t + \varphi(0). \quad (6.8.20)$$

Здесь $\varphi(0)$ – статический ньютонов потенциал, $\varphi'(0) = 0$, поскольку в начальный момент, изменений потенциала во времени не происходит.

Тогда по формуле (6.1.3a) найдем гравитационное поле внутри круга

$$-\frac{d\varphi}{dx_1} = \frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r^2} \left[\left(\frac{3}{r} - 3k \right) m_1 - \frac{1}{r} \left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) (m_1 x_1 + m_2 x_2) x_1 \right] - \frac{\partial \varphi(0)}{\partial x_1},$$

$$-\frac{d\varphi}{dx_2} = \frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r^2} \left[\left(\frac{3}{r} - 3k \right) m_2 - \frac{1}{r} \left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) (m_1 x_1 + m_2 x_2) x_2 \right] - \frac{\partial \varphi(0)}{\partial x_2}.$$

Положим

$$p_1 = \frac{\partial^2 J_1}{\partial t^2}, \quad p_2 = \frac{\partial^2 J_2}{\partial t^2}.$$

Тогда

$$-\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r a^2} \mathbf{p}.$$

В векторной записи для напряженности гравитационного поля внутри круга получим выражение

$$\mathbf{E}_{int} = -\frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r} \left[\left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) \frac{(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})}{r^2} + \frac{\mathbf{p}}{a^2} + \left(\frac{3k}{r} - \frac{3}{r^2} \right) \mathbf{m} \right] - \nabla \varphi(0), \quad (6.8.21)$$

$r \in [0, r_0)$.

Решая внешнюю задачу Дирихле, получим выражение для гравитационного поля вне круга

$$\mathbf{E}_{out} = -\frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr_0) \exp\{k(r_0 - r)\}}{r} \left[\left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) \frac{(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})}{r^2} + \frac{\mathbf{p}}{a^2} + \left(\frac{k}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \mathbf{m} \right] - \nabla \varphi(0), \quad r \in [r_0, \infty). \quad (6.8.22)$$

IX. Вращение по окружности. Зависимость от времени

Для выяснения физической сущности полученных соотношений найдем $m(t)$, \mathbf{J} и \mathbf{p} как явные функции времени

$$\int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \cos \omega \tau d\tau = \frac{1}{2} \left(t \sin \omega t - \frac{\operatorname{ch} \omega t}{\omega} \right);$$

$$\int_0^t (\sin \omega(t - \tau) - \operatorname{sh} \omega(t - \tau)) \sin \omega \tau d\tau = \frac{1}{2} \left(t \cos \omega t - \frac{\operatorname{sh} \omega t}{\omega} \right).$$

Таким образом

$$J_1 = +\frac{\pi r r_0 a^2}{\omega} \left(t \sin \omega t - \frac{\operatorname{ch} \omega t}{\omega} \right) + m_0 \omega^2 (\cos \omega t + \operatorname{ch} \omega t), \quad (6.9.1)$$

$$J_2 = +\frac{\pi r r_0 a^2}{\omega} \left(t \cos \omega t - \frac{\operatorname{sh} \omega t}{\omega} \right) + m_0 \omega^2 (\sin \omega t + \operatorname{sh} \omega t). \quad (6.9.2)$$

Отсюда

$$m_1 = \pi r r_0 a^2 \left(\frac{t \sin \omega t}{\omega^3} + \frac{\operatorname{ch} \omega t}{\omega^4} - \frac{2 \cos \omega t}{\omega^4} \right) + m_0 (-\cos \omega t + \operatorname{ch} \omega t), \quad (6.9.3)$$

$$m_2 = \pi r r_0 a^2 \left(\frac{t \cos \omega t}{\omega^3} + \frac{\operatorname{sh} \omega t}{\omega^4} - \frac{2 \sin \omega t}{\omega^4} \right) + m_0 (-\sin \omega t + \operatorname{sh} \omega t), \quad (6.9.4)$$

$$p_1 = -\pi r r_0 a^2 (\omega t \sin \omega t + \operatorname{ch} \omega t - 2 \cos \omega t) + m_0 \omega^4 (-\cos \omega t + \operatorname{ch} \omega t), \quad (6.9.5)$$

$$p_2 = -\pi r r_0 a^2 (\omega t \cos \omega t + \operatorname{sh} \omega t - 2 \sin \omega t) + m_0 \omega^4 (-\sin \omega t + \operatorname{sh} \omega t). \quad (6.9.6)$$

Если

$$m_0 = \frac{\pi r r_0 a^2}{\omega^4},$$

то с учетом условия резонанса (6.8.17) получим

$$m_1 = \frac{\pi r r_0}{k^2} (\cos \omega t + \omega t \sin \omega t), \quad (6.9.3a)$$

$$m_2 = \frac{\pi r r_0}{k^2} (\sin \omega t + \omega t \cos \omega t), \quad (6.9.4a)$$

$$p_1 = -\pi r r_0 a^2 (\cos \omega t + \omega t \sin \omega t), \quad (6.9.5a)$$

$$p_2 = -\pi r r_0 a^2 (\sin \omega t + \omega t \cos \omega t). \quad (6.9.6a)$$

Вернемся к формуле (6.8.21). С учетом соотношений (6.9.3a)–(6.9.6a), имеем

$$\mathbf{E}_{int}^1 = -\frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r} \left[\left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) \left(\frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^2} x_1 - m_1 \right) - 2\pi r r_0 \cos \omega t \right] - \frac{\partial \varphi(\mathbf{o})}{\partial x_1}, \quad (6.9.7)$$

$$\mathbf{E}_{int}^2 = -\frac{\gamma r_0 \operatorname{sh}(kr)}{r} \left[\left(k^2 - \frac{3k}{r} + \frac{3}{r^2} \right) \left(\frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^2} x_1 - m_1 \right) - 2\pi r r_0 \sin \omega t \right] - \frac{\partial \varphi(\mathbf{o})}{\partial x_2}. \quad (6.9.8)$$

При $k \rightarrow 0$, $E_{int} \rightarrow \nabla \varphi(\mathbf{o})$, т. е. с прекращением вращения динамическая часть поля пропадает и остается только ньютоново поле.

При $r \rightarrow 0$, получим:

$$E_{int}(r=0) = -2\pi \gamma r k r_0^2 - \nabla \varphi(\mathbf{o}).$$

Таким образом, поле в центре круга определяется динамической частью и ньютоновым полем.

В остальных точках круга динамическая часть поля E_{int} представляет собой сумму трех стоячих волн.

Поле в одной из этих волн направлено по радиусу, поэтому для удержания вращающейся массы на окружности требуется дополнительная сила, которая, как отмечалось выше, при небольших k растет медленно, а при $k > 1/r_0$ начинает расти экспоненциально. Вторая волна совершенно так же (коэффициенты при этих волнах равны по модулю) препятствует увеличению угловой скорости. Этот факт в рамках специальной теории относительности истолковывается как увеличение массы с ростом линейной скорости.

Укажем теперь на некоторые трудности в интерпретации полученных результатов. Формулы (6.9.3a), (6.9.4a) предсказывают линейный по t рост динамической массы за счет резонанса. Следовательно, в природе должно существовать «трение», которое этот резонанс ограничивает или же природа каким-то образом избегает резонанса. Приведем для сравнения вид силы гравитационного тока в нерезонансном случае (когда $\omega^2 \neq ka$)

$$J_1 = 2\pi r_0 a^2 \left(\frac{\cos \sqrt{ka}t}{\omega^2 - ka} - \frac{\sqrt{ka}(\sqrt{ka} + \omega)}{\omega^4 - (ka)^2} \cos \omega t + \frac{\sqrt{ka} \operatorname{ch} \sqrt{ka}t}{(ka - \omega^2)\omega} \right), \quad (6.9.1a)$$

$$J_2 = 2\pi r_0 a^2 \left(\frac{\sin \sqrt{ka}t}{\omega^2 - ka} - \frac{\sqrt{ka}(\sqrt{ka} + \omega)}{\omega^4 - (ka)^2} \sin \omega t + \frac{\sqrt{ka} \operatorname{sh} \sqrt{ka}t}{(ka - \omega^2)\omega} \right). \quad (6.9.2a)$$

Более принципиальным является наличие в формулах (6.9.1), (6.9.2) экспоненциальных членов в гиперболических функциях. В рассматриваемом примере от них удалось избавиться за счет начальных данных. Однако для процессов, где это не так, этот факт представит собой самую серьезную проблему. Выше отмечалось, что доступные наблюдению гравитационные процессы во вселенной носят периодический характер. Значит, или для всех этих процессов экспоненциальные компоненты взаимно уничтожаются за счет начальных данных или же нам придется существенно пересмотреть наши представления о массе и времени, и гравитации вообще.

Разделы 8 и 9 носят иллюстрированный характер. В них рассмотрена только резонансная компонента формального решения задачи. В общем случае к этой компоненте надо добавить нерезонансные слагаемые всего ряда (6.7.18). Количественное рассмотрение этого ряда было бы интересно, если бы мы могли решить конкретную задачу, например для атомного ядра или солнечной системы. Поскольку в настоящее время краевые условия и для атома и для солнечной системы неизвестны, укажем последствия формул (6.8.21) и в особенности (6.8.22) на качественном уровне. Как следует из формулы (6.8.22) вращение в ядре атома должно породить во внешнем пространстве стоячие волны, соответствующие собственным числам.

Судя по всему, радиусы боровских орбит электронов

$$r_n = 1/k_n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

т. е. определяются собственными числами внешней задачи Дирихле. Собственными числами определяется и энергия вращения электрона на орбите и частота излучения при переходе с орбиты на орбиту. Для атома водорода имеем

$$k_n \approx \frac{1.9 \times 10^{10}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Соответственно полная энергия вращения электрона на орбите и частота излучения при переходе с орбиты на орбиту

$$W_n \sim k_n, \\ v_{n,j} \sim (k_n - k_j).$$

На качественном уровне становятся ясны особенности рождения планет в солнечной системе. Планеты, которые удовлетворяют закону Бодде и орбиты, ко-

торых лежат в близких плоскостях, по-видимому, рождались при близких краевых условиях. Условия рождения Плутона, по-видимому, существенно отличались от условий рождения других планет. То же относится и к спутникам планет. В частности можно с большой долей уверенности утверждать, что спутники Юпитера, имеющие обратное направление вращения, формировались в период, когда гравимагнитное поле Юпитера имело противоположное направление.

Х. О связи гравитационного и электрического зарядов

Из уравнения (6.1.14) следует:

$$\frac{dm}{dt} = e = \text{const.} \quad (6.10.1)$$

Предположение. Постоянная e в соотношении (6.10.1) является зарядом электрона.

Очевидно, электрический заряд в этом случае имеет размерность кг/с. Отметим, что в уравнениях Максвелла напряженность электрического поля E_e будет иметь размерность скорости м/с, магнитное поле, как и в случае гравитационного поля, безразмерно, точнее имеет размерность 1/рад.

В §3 нами была принята модель, в соответствии с которой электрон является тором, который зачерчивает частицы эфира, совершающие экваториальное и меридиальное вращения:

$$e = m_e \omega_e.$$

Из этого следует, что электрический ток

$$J_e = eV = m_e \omega_e V \quad (6.10.2)$$

является разновидностью тока гравитационного, а электрическое поле – специальным случаем гравитационного поля.

Масса m_e , создающая электрон, совершает вихревое движение, зачерчивая тор. Он является топологическим произведением двух окружностей радиуса r_e и $r_e/2$. Кольцевое вращение этого тора создает электрический заряд. Угловая скорость вращения кольца

$$\omega_e = 8.7634 \times 10^{20} \text{ рад/с}, \quad (6.10.3)$$

что совпадает с комптоновской частотой электрона, в то время как радиус большей окружности электрона

$$r_e = \frac{c}{\omega_c} = 3.8616 \times 10^{-13} \text{ м}, \quad (6.10.4)$$

т. е. равняется комптоновской длине волны. Вращение же в меридиональных

плоскостях тора создает спин электрона. Радиус этого вращения

$$\rho_e = r_e/2 = 1.9308 \times 10^{-13} \text{ м.} \quad (6.10.5)$$

Как и в (6.10.4), угловая скорость вращения в меридиональной плоскости тора

$$\Omega_e = \frac{c}{\rho_e} = 1.5527 \times 10^{21} \text{ рад/с.} \quad (6.10.6)$$

Скоростью вращения большей и меньшей окружностей тора равны соответственно:

$$C_e = r_e \omega_e = 3.1443 \times 10^8 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}, \quad (6.10.7)$$

$$c_e = \rho_e \Omega_e = 2.9979 \times 10^8 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (6.10.8)$$

Найдем численное значение момента количества движения (спина) электрона.

$$m_e \rho_e^2 \Omega_e = 5.2729 \times 10^{-35} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}}{\text{с}} = \frac{\hbar}{2}, \quad (6.10.9)$$

что соответствует установленным фактам.

Магнитный момент кольцевого вращения

$$\mu_e = \frac{m_e \omega_e^2 r_e^2}{2} = \frac{m_e c^2}{2} \quad (6.10.10)$$

имеет смысл кинетической энергии вращения кольца.

Момент количества движения кольца

$$L_e = m_e \omega_e r_e^2.$$

Гиромагнитное отношение для кольца

$$\frac{\mu_e}{L_e} = \frac{\omega_e}{2}.$$

Для меридионального вращения имеем

$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{m_e \Omega_e^2 r_e^2}{2} = \frac{m_e c^2}{2}, \\ L_s &= m_e \Omega_e \rho_e^2, \\ \frac{\mu_s}{L_s} &= \frac{\Omega_e}{2} = \omega_e. \end{aligned} \quad (6.10.11)$$

Гирромагнитное отношение для кольца в два раза меньше, чем для меридионального вращения, что также соответствует фактам. Отметим, что выражения (6.10.10) и (6.10.11) равны магнетону Бора. Однако в (6.10.11) μ_s должен иметь две проекции противоположного знака, т. к. в любой меридиональной плоскости имеются два вихря, направленные в противоположные стороны. Суммарный магнитный момент электрона (его полная кинетическая энергия)

$$\mu = \mu_e + \mu_s = m_e c^2. \quad (6.10.12)$$

В данном параграфе определен электрический заряд только электрона.

Приведем в заключение работы отрывок из «Начал» Ньютона ([35] стр. 484): «Во всех этих вычислениях я не рассматривал магнитного притяжения Земли, величина которого весьма мала и неизвестна. Если, когда-либо это притяжение можно будет исследовать, тогда будет возможно повторить весь этот расчет с большей точностью».

§ 7. О СВЯЗИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЕЙ

Когда Эйнштейн от анализа электрического поля перешел к анализу поля гравитационного, своим первым постулатом об эквивалентности гравитационного поля ускорению он фактически заявил, что рассматривает гравитационное поле как поле ускорений. Дальнейшим логическим шагом было бы введение новой константы, имеющей размерность ускорения и характеризующей гравитационное поле примерно в том же смысле, в каком скорость света характеризует электрическое поле как поле скоростей. Эйнштейн не пошел этим путем. Результат известен: общая теория относительности остается примером высокой математической изощренности, не имеющей прикладного значения.

Автором данного эссе было предложено описывать гравитационное поле уравнениями максвелловского типа, в которых, однако, первые производные по времени заменены на вторые.

Результаты рассмотрения предсказывают смещение перигелиев планет, дифференциальный характер вращения солнца и газожидких планет, дрейф зенных континентов, наблюдаемый характер океанических и атмосферных течений, близость орбит естественных спутников к экваториальным плоскостям центральных тел и ряд других.

I. Исторический обзор

Когда Гаусс и его ученик Вебер предложили свои обобщения закона Кулона на случай движущихся зарядов, многие исследователи немедленно попытались перенести формулы Гаусса и Вебера на гравитационное поле. Сходство между законами Ньютона и Кулона ведь столь разительно.

Динамическая часть формул Гаусса и Вебера зависит от разности скоростей

электрических зарядов. Цельнер (1882), Тиссеран (1892), Бернар (1890) и ряд других проделали соответствующие вычисления, пытаясь объяснить сдвиг перигелия Меркурия. Эта проблема остро стояла в то время, т. к. наблюдения показывали, что перигелий Меркурия сдвигается приблизительно на $43''$ в столетие, а попытки объяснить это в рамках закона тяготения не удавались. Однако формула Вебера предсказывала только $14''$ в столетие, а формула Гаусса только $28''$ в столетие. Эти попытки возобновились в связи с волной интереса к работам Гаусса и Вебера в последнее время [37], [38].

Исторически первым, кому удалось получить требуемые $43''$, был Гербер [39]. О его работе вспомнили, когда $43''$ были получены Эйнштейном. Работа Гербера была вновь опубликована [40], после чего началась ожесточенная дискуссия, в которой интересы государств, финансовых и научных кругов, к сожалению, оказывали во многом преобладающее влияние на окончательные научные выводы. Впрочем, нечто подобное мы наблюдаем и в настоящее время. В конце концов было решено, что формула Гербера является подгонкой под заранее известный результат и пальма первенства была отдана общей теории относительности (ОТО), тем более, что из ОТО следовали еще два предсказания: гравитационное красное смещение и двойное отклонение луча в поле солнца, которые были, якобы, подтверждены экспериментом. Довольно скоро выяснилось, что гравитационное красное смещение следует уже из закона Ньютона. В последнее время подвергается сомнению и экспериментальная проверка второго из упомянутых эффектов. Остается неясным, как в начале XX века удалось выделить требуемый эффект на фоне беспокойного солнца, хотя эта задача не под силу и технике XXI века. Главное же, что подрывает веру в ОТО – это отсутствие приложений.

Когда к началу 90-х годов полевая теория Максвелла вытеснила подход Гаусса и Вебера, попытки перенести на гравитацию законы электродинамики возобновились. Первым такую попытку сделал сам Максвелл, который, однако, пришел к выводу, что прямой перенос противоречит закону сохранения энергии. К этому выводу он пришел во многом потому, что в законах всемирного тяготения и Кулона разные знаки: два одинаковых электрических заряда отталкиваются, а две массы притягиваются. Несмотря на это, такие попытки продолжались и в Англии, и во Франции и в России. Наиболее известна попытка Хевисайда [41]. Эта попытка, как и многие другие, более поздние и совсем недавние, уже в XX веке, оказались неудачными. Причин для таких неудач можно привести много. Укажем на одну, связанную с возражениями Максвелла.

Ведь полевые уравнения сами по себе еще не описывают ни взаимодействия зарядов, ни взаимодействия полей, порожденных движением этих зарядов.

Современная электродинамика состоит из 2-х частей: уравнений Максвелла и формулы Лоренца для силы взаимодействия. Взаимодействия чего?

Гаусс и Вебер [37], [38], а также, предлагавшие свои формулы Грассман [11], Ампер [12] и Уиттакер [13] говорили о взаимодействии зарядов. Казалось бы, при полевом подходе надо предложить формулу, которая бы описывала взаимо-

действие полей, а не зарядов.

Формула Лоренца заняла промежуточную позицию. Она выделяет один заряд, который называет пробным, и который, как бы, не создает своих полей, и говорит о взаимодействии этого выделенного заряда с полями, созданными другими зарядами, которые эти поля порождают в соответствии с уравнениями Максвелла.

Такой подход имеет ряд недостатков. Один из них такой: формула для силы Лоренца несимметрична. Она допускает ситуации, когда один заряд действует на другой, а этот другой на первый не действует; т. е. нарушается третий закон Ньютона.

Это можно сказать и по-другому. В соответствии с уравнениями Максвелла, выразив поля через заряды, мы можем эти решения подставить вместо полей в формулу для силы Лоренца. В результате, как нетрудно проверить, в тех случаях, когда мы знаем решение уравнений Максвелла, формула Лоренца сводится к формуле Грассмана.

Иначе говоря, если мы ограничиваем описание взаимодействия электромагнитных полей формулой Лоренца, все уравнения Максвелла оказываются излишней обузой, а мы сразу можем воспользоваться формулой Грассмана. Но формула Грассмана описывает весьма частные случаи взаимодействия зарядов. Другие случаи описываются другими формулами, в частности, упоминавшимися выше.

Сказанное означает, что прежде, чем ставить вопрос о переносе электродинамических идей на гравитацию, нам следовало бы разобраться с проблемами самой электродинамики.

Почему, однако, не были предложены формулы для силы взаимодействия полей, порожденных движением двух равноправных зарядов или фотонов?

Главное возражение состоит в том, что два поля, якобы, не взаимодействуют. Пример: два пучка света, которые свободно проходят друг сквозь друга. А по современным представлениям фотоны и есть передатчики поля. Мы вернемся к этому вопросу ниже.

II. О гравидинамическом поле

В начале 80-х годов XX века автором этих строк был предложен вариационный «Принцип логарифма», из которого, в частности, следует, что гравитационное поле должно описываться уравнениями максвелловского типа, но со вторыми производными по времени вместо первых. Вместо скорости света c в них фигурирует постоянное ускорение a .

Формула для силы взаимодействия пробной массы и гравимагнитного поля, появляющегося в уравнениях гравидинамики, была сконструирована по типу формулы для силы Лоренца, только вместо скоростей электрических зарядов фигурировали ускорения масс. Эта схема подробно будет описана в §8.

В рамках предлагаемого подхода уже на этом этапе удалось объяснить ряд явлений, носящих заведомо гравитационный характер, но до настоящего времени не объясненных. Большинство предложенных объяснений связано наличием

у гравитационного поля своего магнитного. Так вращение планет в гравимагнитном поле солнца приводит к появлению нескольких сил. Одна сила направлена по радиусу и приводит к смещению перигелиев орбит.

Вторая направлена к плоскости солнечного экватора и создает момент сил, прижимающий орбиту к плоскости солнечного экватора, что мы и наблюдаем у большинства планет и их естественных спутников. Ситуация здесь очень похожа на поведение рамки с электрическим током в магнитном поле.

Третья сила направлена по касательной к орбите планет и в зависимости от знака магнитного поля создает положительное или отрицательное касательное ускорение планет.

Эта же сила приводит к увеличению или уменьшению угловой скорости собственного вращения планет, к появлению атмосферных и океанических течений, дрейфу земных континентов. То, что для твердотельных планет проявляется как дрейф континентов, для Солнца и газожидких планет проявляется как дифференциальное вращение: скорость вращения экваториальных областей у этих планет больше, чем полярных.

С самого начала было ясно, что гравимагнитное поле тесно связано с электромагнитным. Ныне мы понимаем, что это просто одно и то же, а электрическое поле есть частный случай гравитационного. Так что можно говорить просто о магнитном поле. Известно, что магнитное поле земли испытывает существенные колебания и даже меняет знак. В настоящее время мы не знаем причины этих колебаний, но можем утверждать, что собственное вращение земли, характер океанических и атмосферных течений должны быть жестко связаны с такими колебаниями.

Обобщение уравнений гравидинамики по аналогии с электродинамикой привело к пониманию того, что взаимодействие двух масс зависит не только от их ускорений, но и от третьих и в четвертых производных по времени. При этом в законе тяготения появляется правильный знак: две массы в статике притягиваются, а не отталкиваются.

Учет этих зависимостей, как можно надеяться, выявит новые связи в окружающем нас мире.

III. Повторим кратко сказанное

Главным итогом сказанного надо считать выявление единства электрического и гравитационного полей. Гравитационное поле – это поле ускорений. Хотя при описании электрического поля используются скорости, оно тоже на самом деле есть поле ускорений, потому что электрический заряд математически есть временная производная от массы. Некоторым пояснением этой мысли может служить вид силы по Ньютону

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\mathbf{a} + \frac{dm}{dt}\mathbf{v}.$$

Когда dm/dt описывает электрон, можно сказать, что первое слагаемое

здесь описывает гравитационное, а второе – электрическое поле. Последнее часто выглядит существенно бóльшим, потому что велика производная dm/dt – электрический заряд. Его величина найдена и равна 7.3×10^{-10} кг/с для электрона и протона. Он создается вращением массы электрона 9×10^{-31} кг с угловой скоростью 7.8×10^{20} рад/с. Отсюда и известное соотношение между силой гравитационного притяжения двух электронов и их электрического отталкивания.

§ 8. О ГРАВИДИНАМИЧЕСКОЙ СИЛЕ

Используем теорию, предложенную в первой главе, для аналогичного описания взаимодействия гравитационных полей, создаваемых движущимися массами. Соответствующие поля описываются уравнениями максвелловского типа, в которых, однако первая полная производная по времени заменена на вторую. Можно сказать, что электричество – это поле скоростей, а гравитация – поле ускорений.

Из решений такой системы для двух движущихся масс строится энергия и импульс взаимодействия полей. Градиент скалярного произведения гравитационных полей и вторая производная по времени от векторного произведения гравимагнитных полей оказываются точными аналогами электродинамического взаимодействия. Только здесь уже силы зависят не только от скоростей и ускорений, но и от третьих и четвертых производных по времени.

I. Уравнения гравидинамического поля

Предлагается следующее описание гравидинамического поля. Пусть \mathbf{G} – гравидинамическое, а \mathbf{D} – гравимагнитное поля, порождаемые движущейся массой m , которая распределена в пространстве с плотностью ρ . Тогда функции, описывающие эти поля, должны удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = \gamma \rho, \quad (8.1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = -\frac{\gamma \rho}{a}, \quad (8.1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{G} = -\frac{d^2 \mathbf{D}}{dt^2}, \quad (8.1.3)$$

$$a^2 \nabla \times \mathbf{D} = \frac{d^2 \mathbf{G}}{dt^2}. \quad (8.1.4)$$

Здесь γ – гравитационная постоянная, а a – постоянная (6.5.6d), имеющая размерность ускорения и играющая в гравидинамике ту же роль, что скорость света c в электродинамике. Таким образом, мы рассматриваем гравидинамическое поле как поле ускорений в отличие от электромагнитного поля, которое является полем скоростей. Система (8.1.1)–(8.1.4) аналогична обобщенным уравнениям Максвелла. Ее запись в таком виде порождает те же вопросы, что и традицион-

ные уравнения Максвелла. А именно: для нахождения двух вектор-функций \mathbf{G} и \mathbf{D} , которые являются неизвестными в системе (8.1.1)–(8.1.4), нам надо иметь два векторных уравнения, не больше и не меньше. Система же (8.1.1)–(8.1.4) содержит еще два дивергентных уравнения. Аккуратный анализ проблемы показывает, что на самом деле и в уравнениях Максвелла и в системе (8.1.1)–(8.1.4) дивергентные соотношения являются не уравнениями, а начальными условиями для \mathbf{G} и \mathbf{D} , записанными в дивергентной форме. Поэтому вместо (8.1.1) и (8.1.2) мы будем писать

$$\mathbf{G}(\mathbf{o}, \mathbf{r}) = \frac{\gamma\rho}{3} \mathbf{r}, \quad (8.1.5)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{o}, \mathbf{r}) = -\frac{\gamma\rho}{3a} \mathbf{r}. \quad (8.1.6)$$

Вычислив дивергенцию из соотношений (8.1.5) и (8.1.6), приходим к (8.1.1) и (8.1.2). Чтобы получить частное решение системы (8.1.3)–(8.1.4), кроме начальных условий (8.1.5)–(8.1.6) для самих полей нам надо задать начальные условия для их производных по времени. Эти условия должны быть сформулированы исходя из физической картины. Здесь мы примем для этих производных нулевые начальные условия

$$\mathbf{G}'(\mathbf{o}, \mathbf{r}) = \mathbf{0}, \quad (8.1.7)$$

$$\mathbf{D}'(\mathbf{o}, \mathbf{r}) = \mathbf{0}. \quad (8.1.8)$$

Другими словами мы считаем, что начальный импульс рассматриваемой массы равен нулю. Формально это означает, что как начальная скорость $d\mathbf{r}/dt$, так и начальная скорость изменения плотности массы $d\rho/dt$ равны нулю.

Пусть \mathbf{r}_0 – радиус минимальной сферы, содержащей рассматриваемую массу m . Для этой сферы примем следующие граничные условия

$$\mathbf{G}(t, \mathbf{r}_0) = -\frac{\gamma m}{4\pi r_0^3} \left[-\frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r}_0 \right], \quad (8.1.9)$$

$$\mathbf{D}(t, \mathbf{r}_0) = -\frac{\gamma m}{4\pi r_0^3 a} \left[\frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r}_0 \right], \quad (8.1.10)$$

где $t \in [0, \infty)$. Здесь \mathbf{w} ($\mathbf{w} = \mathbf{w}(t)$) – ускорение массы m , получаемой интегрированием ρ по объему, занимаемому этой массой.

Условия (8.1.9)–(8.1.10) закрепляют поступательное и вращательное движение полей на границе объема, занятого массой m .

$\mathbf{G}(t, \mathbf{r})$ и $\mathbf{D}(t, \mathbf{r})$ – функции времени и радиус-вектора \mathbf{r} в прямоугольных координатах (x_1, x_2, x_3) . Мы ищем решение системы (8.1.3)–(8.1.4) при начальных условиях (8.1.5)–(8.1.6), (8.1.7)–(8.1.8) и граничных условиях (8.1.9)–(8.1.10).

Пусть масса m движется со скоростью \mathbf{v} и ускорением \mathbf{w} . Производные по времени от \mathbf{w} будем обозначать точками сверху. Так что $\dot{\mathbf{w}}$ и $\ddot{\mathbf{w}}$ – это третья и четвертая производная от радиус-вектора.

Наложим следующее требование на характер движения массы m :

$$2(\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{w}}) + \mathbf{r} \times \ddot{\mathbf{w}} = \mathbf{0}. \quad (8.1.11)$$

Это условие выполняется, например, для движения с постоянным ускорением или же в случае, когда вектор \mathbf{v} коллинеарен $\dot{\mathbf{w}}$, а \mathbf{r} коллинеарен $\ddot{\mathbf{w}}$. Последнее имеет место, например, для массы, колеблющейся вдоль одной прямой с постоянной амплитудой.

При выполнении условия (8.1.11) система (8.1.3)–(8.1.10) имеет решение

$$\mathbf{G} = -\frac{\gamma m}{4\pi r^3} \left[-\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r} \right], \quad (8.1.12)$$

$$\mathbf{D} = -\frac{\gamma m}{4\pi r^3 a} \left[\frac{\mathbf{r} \times \mathbf{w}}{a} + \mathbf{r} \right]. \quad (8.1.13)$$

Полученные решения показывают, что гравидинамические поля состоят не только из статической части, задаваемой начальными условиями (8.1.5)–(8.1.8) (второе слагаемое в квадратных скобках), но и из динамической, роторной части (первое слагаемое в квадратных скобках). Пусть теперь в пространстве движутся две массы m_1 и m_2 , создавая поля $\mathbf{G}_1, \mathbf{D}_1$ и $\mathbf{G}_2, \mathbf{D}_2$. Их ускорения \mathbf{w}_1 и \mathbf{w}_2 . Радиус-вектор от массы 2 к массе 1 обозначим через $\mathbf{r}_{21} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, а его модуль через r . Здесь \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 – радиус-векторы к массам 1 и 2.

Примем следующую формулу для силы, с которой поля $\mathbf{G}_{21}, \mathbf{D}_{21}$ действуют на поля $\mathbf{G}_{12}, \mathbf{D}_{12}$:

$$\mathbf{F}_{21} = -\nabla \left[\frac{4\pi r^3}{\gamma} (\mathbf{G}_{12} \cdot \mathbf{G}_{21}) \right] + \frac{d^2}{dt^2} \left[\frac{4\pi a r^3}{\gamma} (\mathbf{D}_{12} \times \mathbf{D}_{21}) \right]. \quad (8.1.14)$$

Подставив функции (8.1.12)–(8.1.13) в (8.1.14), получим для градиентной части:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}^1 &= -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left[\mathbf{w}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2} \mathbf{r}_{21} \right] = \\ &= -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2} \left[\mathbf{w}_1 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_1) + 2\mathbf{r}_{21} (\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2} \mathbf{r}_{21} \right]. \end{aligned} \quad (8.1.15)$$

Выражение после второго знака равенства мы получили, расписывая двойные векторные произведения в предыдущем выражении.

Здесь первое слагаемое задает ньютонову статическую силу гравитации. Мы получили ее не как обобщение опытных данных, а как следствие фундаментального соотношения между энергией и силой. Отметим также, что в отличие от кулоновского слагаемого в §2 здесь это слагаемое входит со знаком минус, т. е. предсказывает притяжение, а не отталкивание двух масс. В квадратных скобках стоят слагаемые, появляющиеся за счет движения масс. Первые два слагаемых предсказывают появление сил, направленных вдоль ускорений рассматриваемых масс, вторые же два предсказывают дополнительную к статической силу, направленную по радиусу. Все эти силы равны нулю, если хотя бы одна из масс покоится или же движется с постоянной скоростью (фактически это другая формулировка первого закона Ньютона). Эту силу можно назвать силой Гюйгенса. Мы получили ее, следуя его представлению о силе как о градиенте энергии. Правда, он определял ее так применительно к отдельно движущемуся массивному телу. В формуле же (8.1.14) эта идея использована для описания взаимодействия массивных тел через взаимодействие полей, порождаемых этими телами. То же можно сказать и о второй, ньютоновой части силы (8.1.14). Первая производная по времени от выражения в квадратных скобках даст нам импульс взаимодействия полей, а вторая производная по времени – силу. После соответствующих вычислений получим: ньютонова динамическая сила состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}^2 = & \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left[(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \right. \\ & \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)) + \\ & + 2\mathbf{r}_{21} \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)) + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2)) + \\ & \left. + \mathbf{r}_{21} \left\{ \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \times \mathbf{r}_{21} + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \right) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (8.1.16)$$

Эта сила обратно пропорциональна квадрату постоянного ускорения a .

Второе слагаемое в ньютоновой части силы имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}^3 = & \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3} \left[(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_1) + \right. \\ & + (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2) \times ((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)) + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times \\ & \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_1) + \\ & + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_1) + 2(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}'_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_1) + \\ & + 2(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_1) + 2(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \dot{\mathbf{w}}_1) + \\ & \left. + \mathbf{r}_{21} \left\{ \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \times \mathbf{r}_{21} + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \right) \right\} \right]. \end{aligned} \quad (8.1.17)$$

Эта сила обратно пропорциональна a^3 .

Напомним, что постоянное ускорение a играет для гравидинамического поля ту же роль, что и постоянная скорость света c в электродинамике. Имеются определенные доводы за то, что численно a не меньше c . Распишем двойные векторные произведения в формуле (8.1.16)

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21}^2 = & \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)^2 + 2 \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) + \mathbf{r}_{21} \cdot (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2) + \right. \right. \\
& + \left. \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left(\mathbf{r}_{21} (\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2)) \right) \right] + \\
& + 2 \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) + \mathbf{r}_{21} \cdot (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) \right] - \\
& - (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) \cdot \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 \right] - \\
& \left. - 4(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \right] - (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2) \mathbf{r}^2 \right\}. \tag{8.1.18}
\end{aligned}$$

Коэффициент при фигурных скобках здесь равен коэффициенту при динамических слагаемых градиентной силы, т. е. эти силы имеют один и тот же порядок. Однако зависит эта сила от разностей первых, вторых, третьих и четвертых производных по времени. В квадратных скобках выписаны скаляры из произведений таких производных. Перед квадратными скобками стоят векторы, указывающие направления соответствующих сил и являющиеся производными радиус-вектора от нулевого до четвертого порядка. Все слагаемые, кроме содержащих четвертую производную, убывают как r^2 . Слагаемые, содержащие четвертую производную, убывают как r . Как и градиентная часть формулы, эта часть содержит слагаемые, направленные по радиусу и «деформирующие» статическую силу гравитации.

Распишем теперь двойные векторные произведения в выражении для силы (8.1.17). Получим

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21}^3 = & \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[\mathbf{r}_{21} \cdot ((\dot{\mathbf{w}}_2 \times \mathbf{w}_1) + 2(\dot{\mathbf{w}}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1) + (\mathbf{w}_2 \times \ddot{\mathbf{w}}_1)) + \right. \right. \\
& + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot ((\dot{\mathbf{w}}_2 \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{w}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1)) + \\
& + \left. \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left(\mathbf{r}_{21} (\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2)) \right) \right] \\
& + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\dot{\mathbf{w}}_2 \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{w}_2 \times \mathbf{w}_1) + \right. \\
& \left. + \mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1) \right] + (\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_2 \times \mathbf{w}_1) \right] \left. \right\}. \tag{8.1.19}
\end{aligned}$$

Эта сила обратно пропорциональна a^3 в отличие от силы (8.1.18). Если постоянное ускорение a , с которым распространяется гравитационное поле, велико, то это означает, что эта сила по модулю меньше как силы (8.1.18) (первой части

гравидинамической силы Ньютона), так и динамической части градиентной силы (8.1.15) (силы Гюйгенса). Как и в выражении для силы (8.1.18), перед квадратными скобками стоят векторы, указывающие направление соответствующей силы. Это радиус-вектор и разности скоростей и ускорений. В квадратных скобках стоят скаляры, составленные из различных производных радиус-вектора от нулевого до четвертого порядка. Они определяют величину соответствующей силы.

Как и в динамической части силы Гюйгенса (8.1.15) и первой части динамической силы Ньютона (8.1.18), в формуле (8.1.19) имеется слагаемое, направленное по радиусу и предсказывающее появление силы, деформирующей статическую силу. В отличие от динамической части силы Гюйгенса силы (8.1.18) и (8.1.19) не равны нулю, если одна из масс покоится или движется с постоянной скоростью. Силы (8.1.18) и (8.1.19) не содержат статического слагаемого в отличие от силы Гюйгенса (8.1.15), т. е. они равны нулю, если обе массы покоятся. Если же массы m_1 и m_2 движутся с одинаковыми скоростями, ускорениями и третьими и четвертыми производными по времени, то сила (8.1.18) будет равна нулю, но в выражении для силы (8.1.19) в общем случае не будет равна нулю компонента, направленная по радиусу. Окончательно гравидинамическая сила, действующая на движущуюся массу m_1 со стороны движущейся массы m_2 имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{21} = \mathbf{F}_{21}^1 + \mathbf{F}_{21}^2 + \mathbf{F}_{21}^3 = & -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2} \left[\mathbf{w}_1 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) + \right. \\
 & \left. + \mathbf{w}_2 \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + \frac{3(\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \cdot (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)}{r^2} \mathbf{r}_{21} \right] + \\
 & + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left[(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \right. \\
 & \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)) + \\
 & + 2\mathbf{r}_{21} \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2)) + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2)) + \\
 & \left. + \mathbf{r}_{21} \left\{ \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4}{r} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \right) \cdot \left((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \times \mathbf{r}_{21} + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \right) \right\} \right] + \quad (8.1.20) \\
 & + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3} \left[(\mathbf{r}_{21} \times \ddot{\mathbf{w}}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \ddot{\mathbf{w}}_1) + \right. \\
 & + (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2) \times ((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) - (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2)) + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times \\
 & \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_1) + \\
 & + 2((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_1) + 2(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \mathbf{w}_1) + \\
 & + 2(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times (\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_1) + 2(\mathbf{r}_{21} \times \dot{\mathbf{w}}_2) \times ((\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \times \dot{\mathbf{w}}_1) + \\
 & \left. + \mathbf{r}_{21} \left\{ \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4}{r} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \right) \cdot \left((\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_1) \times \mathbf{r}_{21} + \mathbf{r}_{21} \times (\mathbf{r}_{21} \times \mathbf{w}_2) \right) \right\} \right].
 \end{aligned}$$

Расписав двойные векторные произведения, получим

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}_{21} = & -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left[\mathbf{w}_1 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_2) + \mathbf{w}_2 (\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_1) + \right. \\
& + \mathbf{r}_{21} (\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2) - \frac{3(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_1)(\mathbf{r}_{21} \cdot \mathbf{w}_2)}{r^2} \mathbf{r}_{21} \left. \right] + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^2 r^3} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[(\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2)^2 + \right. \right. \\
& + 2 \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) + \mathbf{r}_{21} \cdot (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2) + \\
& + \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left(\mathbf{r}_{21} (\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2)) \right) \left. \right] + \\
& + 2 \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \left[(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) + \mathbf{r}_{21} \cdot (\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) \right] - \\
& - (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) \cdot \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)^2 \right] - \\
& - 4(\dot{\mathbf{w}}_1 - \dot{\mathbf{w}}_2) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \right] - (\ddot{\mathbf{w}}_1 - \ddot{\mathbf{w}}_2) \mathbf{r}^2 \left. \right\} + \tag{8.1.21} \\
& + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi a^3 r^3} \left\{ \mathbf{r}_{21} \left[\mathbf{r}_{21} \cdot \left((\mathbf{w}_2'' \times \mathbf{w}_1) + 2(\dot{\mathbf{w}}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1) + (\mathbf{w}_2 \times \ddot{\mathbf{w}}_1) \right) + \right. \right. \\
& + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot \left((\dot{\mathbf{w}}_2 \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{w}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1) \right) + \\
& + \frac{3}{r^2} \left((\mathbf{w}_1 - \mathbf{w}_2) - \frac{4(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2)}{r} \right) \cdot \left(\mathbf{r}_{21} (\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_1 \times \mathbf{w}_2)) \right) \left. \right] \\
& + 2(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\dot{\mathbf{w}}_2 \times \mathbf{w}_1) + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) \cdot (\mathbf{w}_2 \times \mathbf{w}_1) + \mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_2 \times \dot{\mathbf{w}}_1) \right] + \\
& + (\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1) \left[\mathbf{r}_{21} \cdot (\mathbf{w}_2 \times \mathbf{w}_1) \right] \left. \right\}.
\end{aligned}$$

II. Примеры

Пример 1.

Пусть две массы m_1 и m_2 движутся с равными постоянными ускорениями $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = \mathbf{w}$ вдоль параллельных прямых, т. е.

$$\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2 = w^2. \tag{8.2.1}$$

Угол между \mathbf{r}_{21} и \mathbf{w}_1 , равный углу между \mathbf{r}_{21} и \mathbf{w}_2 , обозначим через θ . Для таких масс вся динамическая часть ньютоновской силы будет равна нулю, а градиентная часть примет вид

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2} [2\mathbf{w}r\mathbf{w} \cos \theta + \mathbf{r}_{21} w^2 (1 - 3 \cos^2 \theta)]. \tag{8.2.2}$$

Направленная по радиусу и деформирующая кулонову силу динамическая радиальная сила (второе слагаемое в квадратных скобках) зависит от угла θ , т. е. от расположения масс друг относительно друга.

Когда $(1 - 3 \cos^2 \theta) = 0$ (около 0 и 125°), то динамическая радиальная сила равна нулю. Когда $\theta \in [0^\circ, 55^\circ] \cup (125^\circ, 180^\circ)$ эта сила отрицательна и усиливает

статическую часть. Когда $\theta \in [55^\circ, 125^\circ]$, она положительна и ослабляет статическую силу. Направленная по ускорению сила (первое слагаемое в квадратных скобках) равна нулю, когда $\theta = 90^\circ$, т. е. массы летят «бок о бок». Когда $\theta \in (180^\circ, 90^\circ)$ (первая масса позади второй), эта сила направлена по ускорению и увеличивает ускорение первой массы (вторая масса ‘помогает’ первой двигаться). Когда $\theta \in (90^\circ, 0^\circ)$ (первая масса впереди второй), эта сила направлена против ускорения первой массы (вторая масса тормозит движение первой). Равная по величине и противоположно направленная сила прикладывается ко второй массе со стороны первой, так что массы стремятся лететь «бок о бок», что соответствует ситуации равновесия. Этот эффект наблюдается при движении планет. Он в точности аналогичен соответствующему эффекту в обобщенной электродинамике, где он проявляется в кластер-эффекте: заряды в ускорителях при больших скоростях вместо того, чтобы разлететься под действием сил Кулона, собираются в комочки-кластеры.

Пример 2.

Пусть в условиях предыдущего примера ускорения масс не постоянны, а массы совершают колебания вдоль параллельных прямых с амплитудой A и угловой скоростью ω , т. е.

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_2 = -A^2 \omega^2 \cos \omega t \mathbf{d}, \tag{8.2.3}$$

где \mathbf{d} – единичный вектор, задающий направление прямых, вдоль которых совершаются колебания. Ньютонова динамическая сила здесь опять равна нулю, а градиентная принимает вид

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2 A^2 \omega^4 \cos^2 \omega t}{4\pi r^3 a^2} [-2r \cos \theta \cdot \mathbf{d} + (1 - 3 \cos^2 \theta) \mathbf{r}_{21}]. \tag{8.2.4}$$

Здесь $\theta \in (90^\circ, 0^\circ)$, как и в предыдущем примере, угол между \mathbf{r}_{21} и \mathbf{d} . Мы получили формулу, сходную с предыдущим примером. Однако она интересна тем, что показывает конструктивный путь к получению «антигравитации». Для этого массы должны колебаться «бок о бок» ($\cos \theta = 1$). Статическая гравитационная сила будет преодолена, когда выполнится неравенство

$$A^2 \omega^4 \cos^2 \omega t \geq a^2. \tag{8.2.5}$$

Пример 3.

Пусть масса m_1 вращается вокруг неподвижной массы m_2 с постоянной касательной скоростью \mathbf{v}_1 и соответственно с постоянным центростремительным ускорением \mathbf{w}_1 . В этом случае градиентная сила равна нулю, большая часть слагаемых в ньютоновой динамической силе, содержащих третьи и четвертые производные, также равны нулю. Остается сила

$$\mathbf{F}_{21} = -\frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3} \mathbf{r}_{21} + \frac{\gamma m_1 m_2}{4\pi r^3 a^2} [\omega_1^2 \mathbf{r}_{21} + (2\mathbf{v}_1^2 - r\omega_1) \mathbf{w}_1]. \tag{8.2.6}$$

Учитывая, что

$$\mathbf{w}_1 = -\frac{\mathbf{v}_1^2}{r^2} \mathbf{r}_{21}, \quad (8.2.7)$$

т. е. что центростремительная сила антипараллельна радиус-вектору, получим, что слагаемые в квадратных скобках в (8.2.6) взаимно уничтожаются и остается только статическая часть (первое слагаемое в (8.2.6)). Этот результат мы могли бы, конечно, предугадать и заранее, всмотревшись в формулу (8.1.13), задающую вид гравимагнитного поля. Для массы m_2 первое слагаемое здесь равно нулю потому, что она покоится ($\mathbf{w}_2 = 0$), а для m_1 оно равно нулю потому, что \mathbf{w}_1 антипараллельна радиус-вектору. Векторное же произведение радиус-вектора на себя даст ноль, в отличие от их скалярного произведения, которое участвует в формуле для градиентной части и доставляет там статическое слагаемое. Повторим уже упоминавшуюся мысль: формула для силы взаимодействия магнитных полей не содержит статической части, в отличие от формулы для взаимодействия электрических и гравитационных полей.

Астрономические наблюдения показывают, что между планетами и солнцем имеются силы, дополнительные к статическим. Это значит, что планеты и Солнце являются «гравиферромагнетиками», т. е. постоянными магнитами гравитационного поля. Этой проблеме будет посвящено отдельное исследование.

§ 9. ВТОРОЕ УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Найдем уравнение, обобщающее уравнение непрерывности на случай ускоренного перетекания жидкости.

Скорость протекания через поверхность S количества жидкости Q

$$\frac{dQ}{dt} = \iint_S \rho v_n dS, \quad (9.1)$$

где v_n – проекция скорости \mathbf{v} на внешнюю нормаль к S . Скорость же изменения количества жидкости в объеме V , ограниченном поверхностью S , будет

$$\frac{dQ}{dt} = -\iiint_V \rho'_t dV. \quad (9.2)$$

Используя теорему Гаусса, придем к тождеству для всякого объема V

$$-\iiint_V (\rho'_t + \nabla \cdot \rho \mathbf{v}) dV = 0.$$

Откуда получим классическое уравнение непрерывности:

$$\rho'_t + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0. \quad (9.3)$$

Если перетекание происходит ускоренно, вторая производная по времени от Q не будет равна нулю, и из равенства (9.1) получим

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = \iint_S [(\rho \mathbf{v}_n)_t + v_n(\nabla \cdot \rho \mathbf{v})] dS = \iiint_V \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v})_t + \mathbf{v}(\nabla \cdot \rho \mathbf{v})] dV. \quad (9.4)$$

С другой стороны ускорение, с которым изменяется плотность в объеме V , будет иметь вид

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = -\iiint_V \rho_{tt}'' dV. \quad (9.5)$$

Для всякого объема V из (9.4) и (9.5) имеем

$$\iiint_V [\rho_{tt}'' + \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v})_t + \mathbf{v}(\nabla \cdot \rho \mathbf{v})]] dV = 0. \quad (9.6)$$

Отсюда получаем второе уравнение непрерывности

$$\rho_{tt}'' + \nabla \cdot [(\rho \mathbf{v})_t + \mathbf{v}(\nabla \cdot \rho \mathbf{v})] = 0. \quad (9.7)$$

Если перетекание происходит с постоянной скоростью, т. е. $\rho'_t = 0$, $\mathbf{v}'_t = 0$, то, как нетрудно проверить, уравнение (9.7) переходит в (9.3). Учитывая (9.3) в соотношении (9.7), получим

$$\rho_{tt}'' + \nabla \cdot \rho \mathbf{v}'_t = 0. \quad (9.8)$$

Для неускоренного перетекания жидкости (9.8) сводится к тождеству. В общем случае оно должно выполняться одновременно с (9.3). Как и соотношение (9.3) соотношение (9.8) есть факт кинематический, не зависящий ни от каких предположений, кроме предположения об отсутствии источников внутри рассматриваемого объема.

Уравнение непрерывности (9.3) широко используется в физике и понимается как математическое выражение законов сохранения. Полученный результат означает, что это предположение справедливо только для процессов с постоянной скоростью. В частности, его достаточно, когда закон сохранения электрического заряда мы получаем из уравнений Максвелла.

Но соотношение (9.3) оказывается только необходимым условием, когда рассматриваются ускоренные процессы или процессы, зависящие от третьей и четвертой производной по времени. В частности, уравнение (9.8) нам необходимо, когда мы получаем законы сохранения массы в уравнениях обобщенной гравидинамики.

§ 10. О ПРИНЦИПЕ ЛОГАРИФМА

Выдвигаемая гипотеза относится к области вариационных принципов. Вариационные принципы стали подлинной философией физики. Принципом наиболее известным и применяемым на практике для получения уравнений физических полей, является принцип наименьшего действия. Первым толчком к

его созданию и осознанию экстремального характера реальных движений в природе стала задача о брахистохроне, предложенная Иоганном Бернулли.

Николаем Бернулли была предложена задача, которую он назвал: «Санкт-Петербургский парадокс». В отличие от физической задачи о брахистохроне эта задача касалась социально-экономических проблем и трактовала вопрос о полезности денег для индивидуума и отношении индивидуума к риску. Парадокс состоял в невозможности для индивидуума руководствоваться математическим ожиданием при выборе лотерей. Даниилом Бернулли была предложена система аксиом, которая разрешала парадокс, и из которой следовал логарифмический характер отношения индивидуумов к деньгам.

В работе автора [34] предложена некоторая модификация аксиоматики Бернулли. Эта модификация давала возможность сформулировать вариационный принцип, названный «принципом логарифма». Хотя первоначально «принцип логарифма» формулировался для получения уравнений социально-экономического развития общества, ввиду неподготовленности социально-экономических наук к использованию строгих математических закономерностей, в настоящее время он оказался применимым в первую очередь в физике.

І. Обоснование гипотезы

Вариационные принципы относятся к математически сформулированным философским предположениям о самых общих закономерностях природы. Их обоснованность определяется справедливостью следствий, из них вытекающих. Поскольку справедливость социально-экономических следствий» принципа логарифма» строго проверить не удастся ввиду упоминавшихся выше трудностей, его обоснованность определяется только справедливостью уравнений физических полей, получаемых с его помощью.

Из принципа логарифма следуют уравнения для потенциалов электрического поля и уравнения для распространения теплоты, широко исследуемые и многократно проверенные в физических задачах.

Из него также следуют уравнения гравитационного поля, которые, однако, не совпадают с уравнениями общей теории относительности. Тем не менее, уравнения для гравитационного поля, полученные с помощью принципа логарифма, надо считать более предпочтительными по следующим причинам. Ньютонов закон Всемирного тяготения следует из них как естественный случай статики при любой массе, а не асимптотически, когда масса стремится к нулю, как это имеет место в теории относительности. Три факта, а именно: смещение перигелиев планет, гравитационное красное смещение и отклонение луча в поле Солнца, интерпретируемые ныне как подтверждение общей теории относительности, объясняются и в рамках предлагаемого подхода. Кроме того из полученных уравнений гравитации следует объяснение значительного числа наблюдений, ныне объясняемых либо *ad hoc*, либо никак не объясняемых. К ним относятся: падение Фобоса на Марс, близость орбит естественных спутников к экваториальным плоскостям центральных тел, дифференциальный характер враще-

ния солнца и газожидких планет, дрейф земных континентов, наблюдаемый характер атмосферных и океанических течений на Земле и т. д. Выясняется причина того, что электроны не излучают на боровских орбитах, происхождение закона Боме для радиусов планетных орбит. Становится ясным, что силы, которые мы ныне называем ядерными, имеют гравитационное происхождение.

Выше упоминалось, что из принципа логарифма следует уравнение распространения тепла. Это уравнение, однако, оказывается лишь одним из уравнений, задающих поле, частным проявлением которого является тепло, а также эффекты, следующие из уравнения Шредингера.

II. Область научного и практического использования гипотезы

Гипотеза является инструментом, позволяющим математически сформулировать законы развития физических и социально-экономических процессов.

Рассмотрим вариационный принцип, в котором вместо лагранжиана фигурирует некоторая логарифмическая функция. От принципа наименьшего действия предлагаемый принцип в частности отличается возможностью вывода уравнений полей, не известных априори.

Пусть t – время, (x, y, z) – точка трехмерного Евклидова пространства, $\mathbf{A} = (A_1, A_2, A_3)$ – векторный, а φ – скалярный потенциалы некоторого поля. И пусть \mathbf{A} и φ удовлетворяют уравнениям:

$$\frac{\partial^{2m} \mathbf{A}}{\partial x^{2m}} + \frac{\partial^{2m} \mathbf{A}}{\partial y^{2m}} + \frac{\partial^{2m} \mathbf{A}}{\partial z^{2m}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^{2n} \mathbf{A}}{\partial t^{2n}} = 0, \quad (10.2.1)$$

$$\frac{\partial^{2m} \varphi}{\partial x^{2m}} + \frac{\partial^{2m} \varphi}{\partial y^{2m}} + \frac{\partial^{2m} \varphi}{\partial z^{2m}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^{2n} \varphi}{\partial t^{2n}} = 0. \quad (10.2.1a)$$

где c – константа поля, характеризующая его движение; $m, n = 1, 2, \dots$.

Определение. Вектор-функция $\mathbf{B} = (B_1, B_2, B_3)$ и функция ψ , удовлетворяющие уравнениям:

$$\frac{\partial^m \mathbf{B}}{\partial x^m} + \frac{\partial^m \mathbf{B}}{\partial y^m} + \frac{\partial^m \mathbf{B}}{\partial z^m} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^n \mathbf{B}}{\partial t^n} = 0, \quad (10.2.1)$$

$$\frac{\partial^m \psi}{\partial x^m} + \frac{\partial^m \psi}{\partial y^m} + \frac{\partial^m \psi}{\partial z^m} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^n \psi}{\partial t^n} = 0, \quad (10.2.1a)$$

будут называться субпотенциалами, соответствующими \mathbf{A} и φ . \mathbf{A} и φ будем называть потенциалами, соответствующими \mathbf{B} и ψ . Рассмотрим вариационную задачу:

$$\int_{t_1}^{t_2} (k \ln x + p \ln x) dt. \quad (10.2.3)$$

Здесь x – скорость изменения x , k, p – некоторые целые числа, $p > 0, k + p > 0$.

Экстремальное уравнение Эйлера для задачи (10.2.3) имеет вид:

$$pxx'' + kx'^2 = 0, \quad (10.2.4)$$

где x'' – ускорение изменения x . Его общий интеграл имеет вид:

$$x = |c_3 t + c_4|^{\frac{p}{k+p}}, \quad c_3, c_4 = \text{const}. \quad (10.2.5)$$

Возведем это соотношение в степень $(k + p)$ и рассмотрим частное решение при $c_4 = 0$. Получим:

$$x^{k+p} = |c_3 t|^p.$$

Рассмотрим семейство траекторий на плоскости (x, t) :

$$x^{k+p} + c_1 t^p = c_2, \quad (10.2.6)$$

где c_2 – произвольная постоянная, а c_1 – константа, характеризующая поле. Кривые (10.2.6) являются характеристиками следующего уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial^{k+p} \psi}{\partial x^{k+p}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^p \psi}{\partial t^p} = 0. \quad (10.2.7)$$

Здесь $c = \frac{p!}{(k+p)!} c_1$. c будем называть константой поля.

Принцип логарифма. При некоторых k и p уравнение (10.2.7) задает плоскую волну для субпотенциалов поля, константой которого является коэффициент c в (10.2.7).

Уравнение трехмерной волны для субпотенциалов поля будет иметь вид:

$$\frac{\partial^{k+p} \mathbf{B}}{\partial x^{k+p}} + \frac{\partial^{k+p} \mathbf{B}}{\partial y^{k+p}} + \frac{\partial^{k+p} \mathbf{B}}{\partial z^{k+p}} - \frac{1}{c} \frac{\partial^p \mathbf{B}}{\partial t^p} = 0, \quad (10.2.8)$$

$$\frac{\partial^{k+p} \psi}{\partial x^{k+p}} + \frac{\partial^{k+p} \psi}{\partial y^{k+p}} + \frac{\partial^{k+p} \psi}{\partial z^{k+p}} - \frac{1}{c} \frac{\partial^p \psi}{\partial t^p} = 0, \quad (10.2.8a)$$

а уравнение для потенциалов:

$$\frac{\partial^{2(k+p)} \mathbf{A}}{\partial x^{2(k+p)}} + \frac{\partial^{2(k+p)} \mathbf{A}}{\partial y^{2(k+p)}} + \frac{\partial^{2(k+p)} \mathbf{A}}{\partial z^{2(k+p)}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^{2p} \mathbf{A}}{\partial t^{2p}} = 0, \quad (10.2.9)$$

$$\frac{\partial^{2(k+p)} \varphi}{\partial x^{2(k+p)}} + \frac{\partial^{2(k+p)} \varphi}{\partial y^{2(k+p)}} + \frac{\partial^{2(k+p)} \varphi}{\partial z^{2(k+p)}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^{2p} \varphi}{\partial t^{2p}} = 0. \quad (10.2.9a)$$

Уравнения (10.2.8), (10.2.8a), (10.2.9), (10.2.9a) описывают распространение волн в пустом пространстве. Для уравнений с источниками в правой части для скалярного потенциала будут стоять заряды, а для векторного – токи. Для уяснения их вида в каждом случае требуется дополнительное рассмотрение.

Пример 1.

$$k = 0, p = 1.$$

Уравнение (10.2.6) примет вид:

$$x + c_1 t = c_2.$$

Величина c_1 имеет размерность скорости. Если это скорость света, то получим уравнение для субпотенциалов электрического поля в пустом пространстве:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = 0, \quad (10.2.10)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0, \quad c = c_1. \quad (10.2.11)$$

По историческим причинам для электрического поля не вводилось понятия субпотенциалов, а рассматривались только потенциалы. Соотношения (10.2.10) и (10.2.11) дают возможность выписать и уравнения для потенциалов поля. Вид зарядов и токов для электрического поля известен, поэтому сразу можем написать:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{\mathbf{j}_e}{\epsilon_0 c^2}, \quad (10.2.12)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0}. \quad (10.2.13)$$

Здесь \mathbf{j}_e – плотность электрического тока, ρ_e – плотность электрического заряда, ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. Это волновое уравнение.

Пример 2.

$$k = -1, p = 2.$$

Уравнение (10.2.6) примет вид:

$$x + a_1 t^2 = c_2.$$

a_1 имеет размерность ускорения. Соответствующее поле естественно связать с представлением о гравитации. Субпотенциалы такого поля в пустом пространстве должны удовлетворять уравнениям:

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} - \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} = 0, \quad (10.2.14)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \psi}{\partial z} - \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0, \quad a = 2a_1. \quad (10.2.15)$$

В предыдущем параграфе было подробно рассмотрено это поле и его проявления. Здесь выпишем только уравнения для скалярного и векторного потенциалов гравитационного поля с источниками:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \mathbf{A}}{\partial t^4} = -\mathbf{j}_g \frac{4\pi\gamma}{a^2}, \quad (10.2.16)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial t^4} = \rho_g \cdot 4\pi\gamma. \quad (10.2.17)$$

Здесь γ – гравитационная постоянная, ρ_g – плотность массы, \mathbf{j}_g – плотность гравитационного тока, определение которого дано в (10.2.1), a – константа поля.

Пример 3.

$k = 1, p = 1.$

Уравнение (10.2.6) примет вид:

$$x^2 + b_1 t = c_2.$$

b_1 имеет размерность коэффициента диффузии. Соответствующее поле естественно связать с представлением о теплоте, диффузии и т. д. Субпотенциалы такого поля должны удовлетворять уравнениям:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial z^2} - \frac{1}{b} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (10.2.18)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{b} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0, \quad b = 1/2 b_1. \quad (10.2.19)$$

По историческим причинам для этого поля рассматривался только скалярный субпотенциал. Выпишем уравнения с источниками для потенциалов этого поля:

$$\frac{\partial^4 \mathbf{A}}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \mathbf{A}}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 \mathbf{A}}{\partial z^4} - \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{\alpha \mathbf{j}}{b^2}, \quad (10.2.20)$$

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} - \frac{1}{b^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\alpha \rho_g. \quad (10.2.21)$$

Здесь α – константа, характеризующая действие поля в вакууме, α – аналог постоянных ϵ_0 и γ для электрического и гравитационного полей, ρ_g – плотность массы, \mathbf{j} – плотность тока, определение которого требует дополнительных рассмотрений.

ГЛАВА 3. ТЕРМОДИНАМИКА

§ 11. ПРЕДИСЛОВИЕ

В 1969 году в США прошел международный симпозиум по термодинамике. Вот что руководители симпозиума писали в введении к трудам симпозиума: «В настоящее время, постоянно растущее число ученых считает, что сами основания современной термодинамической теории должны быть пересмотрены и возможно модифицированы. Постоянные поиски лучшей термодинамической теории не просто логическая необходимость, но следствие неспособности классической, статистической и релятивистской термодинамики разрешить и устранить существующие проблемы, противоречия и парадоксы в современной термодинамике.

Все нижеследующие параграфы – попытка хотя бы частично решить эту задачу. Автор исходит из того, что первым шагом нахождения нужного ответа является пересмотр исходных положений современной теории, а основой для такого пересмотра может быть только ясный физический смысл всех процессов. Как и в электродинамической части книги, основой такого пересмотра является использование механических размерностей для термодинамических величин. Представление о поверхностной скорости сразу ведет к пониманию физического смысла температуры. Эти же соображения показывают, что теплота, т. е. то, что в свое время называли теплород, имеет размерность частоты. Частоты чего? Ответ приходит естественным образом: частоты колебаний термодинамического заряда – псевдовектора, по модулю совпадающего с постоянной Планка.

Но что представляет из себя термодинамический процесс? Почему приходится ограничиваться квазистатическими процессами, само определение которых вызывает вполне заслуженную критику? Ответ совершенно ясен: потому что так определена энтропия. Но может быть нынешнее определение и соответственно физическое понимание энтропии неудачно? Может быть, можно дать некоторые обобщающее определение, которое для равновесных процессов давало бы старые результаты, но работало бы и в случае неравновесности? Оказывается можно, и исходное уравнение для термодинамических процессов, как выясняется, в точности аналогично описанию световой волны.

Рассмотрение неравновесных процессов ставит вопрос о среде, в которой происходит термодинамический процесс и об условиях, которым должна удовлетворять эта среда, чтобы был возможен теплообмен с полем. Скажу это иначе, становится ясно, что в ходе тепловых процессов мы можем не только отдавать теплоту полю (на чём настаивает второе начало термодинамики), но и получать ее из поля без потерь. Рассмотрены свойства жидкого гелия в качестве примера, опровергающего второе начало термодинамики.

Рассмотрение поверхностного движения частиц по-новому ставит вопрос об описании вращения. Вводится понятие векторного, трехмерного вращения, что снимает ряд проблем, связанных с описанием световой волны. Становится ясно, что световая волна – в большей степени явление термодинамическое, чем электрическое.

§ 12. ВЕКТОРНЫЙ УГОЛ

До настоящего времени в механике не введено понятие векторного угла. Вращение в фиксированной плоскости описывается с помощью антисимметричного тензора или векторного произведения. Для описания трехмерного вращения используются углы Эйлера. Однако эта технология помимо громоздкости имеет ряд принципиальных проблем. В частности, определяя угловую скорость, приходится пользоваться мгновенной осью вращения и малыми углами вблизи нее вместо дифференциалов. Такие углы оказываются некоммутативными [42], а так определенная угловая скорость не является производной по времени от некоторого угла. Ниже предлагается понятие векторного угла, по мнению авторов, лишенное этих недостатков.

I. Необходимый математический аппарат

События в реальном трехмерном физическом пространстве в современной математике описываются следующим образом. Рассматривается множество

$$X = \otimes X_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (12.1.1)$$

являющееся прямым топологическим произведением трех вещественных числовых осей. На множестве X естественным образом определены и выполняются аксиомы линейного пространства. В качестве ортонормированного базиса обычно берутся единичные полярные векторы $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, направленные вдоль осей соответственно X_1, X_2, X_3 . Радиус-вектор в таком трехмерном пространстве определяется своими проекциями на оси

$$\mathbf{r} = x_1 \mathbf{i} + x_2 \mathbf{j} + x_3 \mathbf{k}, \quad x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, x_3 \in X_3. \quad (12.1.2)$$

Его модуль

$$|\mathbf{r}| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \quad (12.1.3)$$

определяет евклидову метрику на X .

Наряду с множеством X в (12.1.1) рассмотрим множество

$$Y = \otimes Y_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (12.1.4)$$

где

$$Y_1 = X_2 \otimes X_3, \quad Y_2 = X_3 \otimes X_1, \quad Y_3 = X_1 \otimes X_2. \quad (12.1.5)$$

Как и выше, символ \otimes обозначает прямое топологическое произведение множеств. Можно сказать, что события в том же трехмерном физическом пространстве мы собираемся описывать не в терминах координатных осей, а в терминах координатных плоскостей. Непосредственно проверяется, что математически множество Y в (12.1.4) является линейным пространством.

Действительно любым двум точкам $\mathbf{y}^1 = (y_1^1, y_2^1, y_3^1)$ и $\mathbf{y}^2 = (y_1^2, y_2^2, y_3^2)$, $\mathbf{y}^1, \mathbf{y}^2 \in Y$ сопоставляется их сумма $\mathbf{y}^1 + \mathbf{y}^2$ в обычном смысле слова, так же принадлежащая Y . Любому числу a и вектору \mathbf{y} сопоставляется вектор $a\mathbf{y}$: все элементы \mathbf{y} умножаются на это число. Роль нуля играет вектор, тождественно равный нулю.

Используя полярный базис $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ в X , в Y можно ввести уже аксиальный ортонормированный базис следующим образом

$$\mathbf{l} = \mathbf{j} \times \mathbf{k}, \mathbf{m} = \mathbf{k} \times \mathbf{i}, \mathbf{n} = \mathbf{i} \times \mathbf{j}. \quad (12.1.6)$$

Радиус-вектор точки \mathbf{y} в Y

$$\mathbf{R} = y_1 \mathbf{l} + y_2 \mathbf{m} + y_3 \mathbf{n}. \quad (12.1.7)$$

Его модуль

$$|\mathbf{R}| = \sqrt{y_1^2 + y_2^2 + y_3^2} = \sqrt{x_2^2 x_3^2 + x_1^2 x_3^2 + x_1^2 x_2^2}. \quad (12.1.8)$$

При этом любой траектории $\mathbf{x}(t)$ в X соответствует траектория $\mathbf{y}(t)$ в Y . Соответствующее отображение задается тензором

$$\mathbf{y}(t) = A(\mathbf{x}(t)) = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & x_1 \\ x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix}. \quad (12.1.9)$$

Фактически движению $\mathbf{x}(t)$ в X мы приписываем новую характеристику. Вскоре мы увидим, что такой характеристикой можно считать векторный угол, задающий вращение движущейся точки.

II. Векторный угол

Рассмотрим плоскость $Y_3 = X_1 \otimes X_2$ и точку (x_1, x_2) на ней (рис.12.2.1).

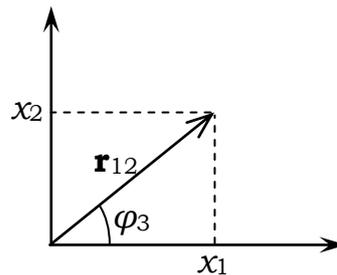


Рис. 12.2.1. Плоскость Y_3 .

Площадь $x_1 \cdot x_2$, нормированная квадратом радиуса

$$r_{12}^2 = x_1^2 + x_2^2, \quad (12.2.1)$$

даст нам произведение синуса и косинуса угла φ_3

$$\frac{x_1 x_2}{r_{12}^2} = \sin \varphi_3 \cdot \cos \varphi_3 = \frac{1}{2} \sin 2\varphi_3. \quad (12.2.2)$$

Обозначив через z_3 левую часть (12.2.2), получим

$$\sin 2\varphi_3 = 2z_3. \quad (12.2.3)$$

Посчитаем функцию

$$\arcsin(\sin 2\varphi_3) = \arcsin 2z_3. \quad (12.2.3a)$$

Получим

$$\varphi_3 = \int \frac{dz_3}{\sqrt{1-4z_3^2}}. \quad (12.2.4)$$

Мы нашли проекцию трехмерного вектор-угла $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ на плоскость Y_3 , выраженную через координаты этой плоскости $y_3 = x_1 \cdot x_2$. Аналогично находим проекции на другие координатные плоскости

$$\varphi_2 = \int \frac{dz_2}{\sqrt{1-4z_2^2}}, \quad (12.2.5)$$

$$\varphi_1 = \int \frac{dz_1}{\sqrt{1-4z_1^2}}. \quad (12.2.6)$$

Выбор знака в правой части (12.2.4)–(12.2.6) определяет направление отсчета углов. В дальнейшем мы будем выбирать «+» (рис. 12.2.2).

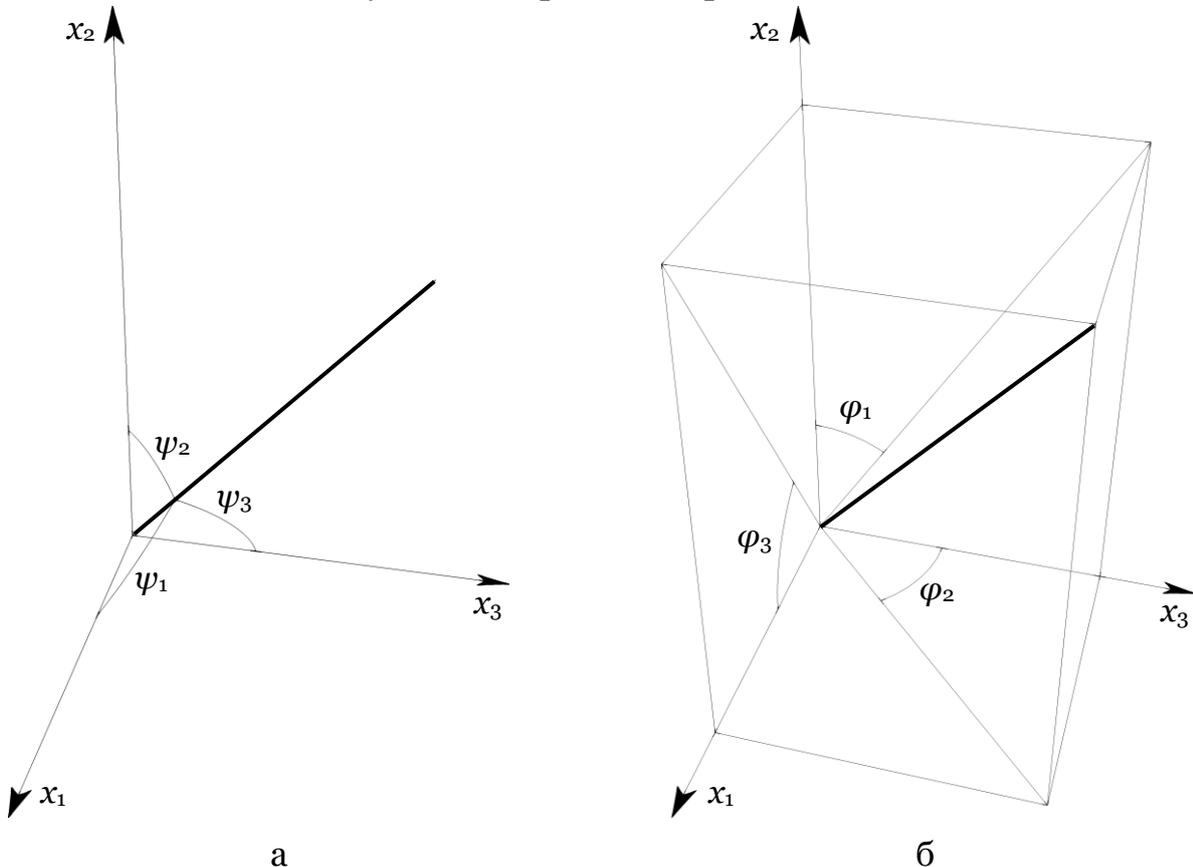


Рис. 12.2.2. Углы ψ_i в пространстве длин (а) и их проекции φ_i в пространстве площадей (б).

Множество вектор-углов Φ является подпространством пространства Y с тем же базисом $(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n})$. Для него естественно определяется норма элементов

$$|\Phi| = \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2}, \quad (12.2.7)$$

скалярное и векторное произведения векторов

$$\Phi^1 \cdot \Phi^2 = \frac{\varphi_1^1 \varphi_1^2 + \varphi_2^1 \varphi_2^2 + \varphi_3^1 \varphi_3^2}{|\Phi^1| \cdot |\Phi^2|}, \quad (12.2.8)$$

$$\Phi^1 \times \Phi^2 = \begin{vmatrix} \mathbf{l} & \mathbf{m} & \mathbf{n} \\ \varphi_1^1 & \varphi_2^1 & \varphi_3^1 \\ \varphi_1^2 & \varphi_2^2 & \varphi_3^2 \end{vmatrix}. \quad (12.2.9)$$

Вычисляя полную производную по времени от углов (12.2.4)–(12.2.6), получим угловую скорость

$$\omega_3 = \frac{1}{\sqrt{1-4z_3^2}} \frac{dz_3}{dt} = \frac{\dot{x}_2 x_1 - \dot{x}_1 x_2}{x_1^2 + x_2^2}. \quad (12.2.10)$$

Аналогично получаем проекции на другие координатные плоскости

$$\omega_2 = \frac{\dot{x}_1 x_3 - \dot{x}_3 x_1}{x_3^2 + x_1^2}. \quad (12.2.11)$$

$$\omega_1 = \frac{\dot{x}_3 x_2 - \dot{x}_2 x_3}{x_2^2 + x_3^2}. \quad (12.2.12)$$

Вычисляя производную от выражений (12.2.10)–(12.2.12), получим вид угловых ускорений:

$$\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt} = \frac{x_1}{x_1^2 + x_2^2} \ddot{x}_2 + \frac{2x_1 x_2}{(x_1^2 + x_2^2)^2} (\dot{x}_2^2 - \dot{x}_1^2) + \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} \ddot{x}_1, \quad (12.2.13)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{x_3}{x_1^2 + x_3^2} \ddot{x}_1 + \frac{2x_1 x_3}{(x_1^2 + x_3^2)^2} (\dot{x}_1^2 - \dot{x}_3^2) + \frac{x_1}{x_1^2 + x_3^2} \ddot{x}_3, \quad (12.2.14)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{x_2}{x_2^2 + x_3^2} \ddot{x}_3 + \frac{2x_2 x_3}{(x_2^2 + x_3^2)^2} (\dot{x}_3^2 - \dot{x}_2^2) + \frac{x_3}{x_2^2 + x_3^2} \ddot{x}_2. \quad (12.2.15)$$

Вектор $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ является трехмерным угловым ускорением точки.

Мы вывели характеристики вращения точки в пространстве плоскостей через характеристики ее движения в пространстве «длин».

III. Связь угловых скоростей в пространстве длин и пространстве углов

1. Прямая задача.

По данным о движении в пространстве длин описать вращательную часть этого движения в пространстве углов.

Решение: прямая постановка в правую часть (12.2.10)–(12.2.12).

Сделаем это подробно.

Пусть $\psi_1(t) = v_1 t$, $\psi_2(t) = v_2 t$, $\psi_3(t) = v_3 t$ – направляющие углы движения в пространстве длин; v_i ($i = 1, 2, 3$) – угловые скорости, т. е. движение задается уравнениями:

$$x_1 = r \cos(v_1 t), \quad x_2 = r \cos(v_2 t), \quad x_3 = r \cos(v_3 t), \quad (12.3.1)$$

где r – модуль радиус-вектора, а t – время.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v \cos(v_1 t) - v_1 r \sin(v_1 t), \\ \dot{x}_2 &= v \cos(v_2 t) - v_2 r \sin(v_2 t), \\ \dot{x}_3 &= v \cos(v_3 t) - v_3 r \sin(v_3 t). \end{aligned} \quad (12.3.2)$$

Здесь v – скорость изменения модуля r , так что первые слагаемые задают прямолинейную часть движения. Вращательную часть описывают вторые слагаемые. Подставляя (12.3.1)–(12.3.2) в (12.2.10)–(12.2.12) получим

$$\begin{aligned} \omega_3 &= \frac{v_1 \sin(v_1 t) \cos(v_2 t) - v_2 \sin(v_2 t) \cos(v_1 t)}{\cos^2(v_1 t) + \cos^2(v_2 t)}, \\ \omega_2 &= \frac{v_3 \sin(v_3 t) \cos(v_1 t) - v_1 \sin(v_1 t) \cos(v_3 t)}{\cos^2(v_1 t) + \cos^2(v_3 t)}, \\ \omega_1 &= \frac{v_2 \sin(v_2 t) \cos(v_3 t) - v_3 \sin(v_3 t) \cos(v_2 t)}{\cos^2(v_2 t) + \cos^2(v_3 t)}. \end{aligned} \quad (12.3.3)$$

Прямолинейный отрезок движения (12.3.1) сократился.

2. Обратная задача.

По заданной левой части (12.2.10)–(12.2.12) построить вращение в пространстве длин.

Решением системы (12.2.10)–(12.2.12) являются функции

$$\begin{cases} x_3^1 = r_1 \cos(\omega_1 t + C_1), & x_2^1 = r_1 \sin(\omega_1 t + C_1), \\ x_3^2 = r_1 \sin(\omega_1 t + C_1), & x_2^2 = r_1 \cos(\omega_1 t + C_1), \\ r_1 = \sqrt{x_2^2 + x_3^2}; \end{cases} \quad (12.3.4)$$

$$\begin{cases} x_1^1 = r_2 \cos(\omega_2 t + C_2), & x_3^1 = r_2 \sin(\omega_2 t + C_2), \\ x_1^2 = r_2 \sin(\omega_2 t + C_2), & x_3^2 = r_2 \cos(\omega_2 t + C_2), \\ r_2 = \sqrt{x_3^2 + x_1^2}; \end{cases} \quad (12.3.5)$$

$$\begin{cases} x_2^1 = r_3 \sin(\omega_3 t + C_3), & x_1^1 = r_3 \cos(\omega_3 t + C_3), \\ x_2^2 = r_3 \cos(\omega_3 t + C_3), & x_1^2 = r_3 \sin(\omega_3 t + C_3), \\ r_3 = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}. \end{cases} \quad (12.3.6)$$

Радиусы r_i ($i = 1, 2, 3$) – это радиусы окружностей вращения на координатных плоскостях. Эти окружности – проекции трехмерного вращения.

Координаты в (12.3.4)–(12.3.6) с одинаковыми индексами снизу, вообще говоря, не равны друг другу. Это значит, что они не являются проекциями некоторого радиус-вектора на оси в пространстве длин. Причина этого понятна: ω_i ($i = 1, 2, 3$) определены на координатных плоскостях, а точке на плоскости мы не можем поставить однозначно в соответствие точку на оси. Для этого нам надо дополнительно потребовать выполнения условия согласованности функций (12.3.4)–(12.3.6).

Из геометрических соображений, координаты с одинаковыми нижними и верхними индексами должны быть равны:

$$\tan(\omega_3 t + C_3) \cdot \tan(\omega_2 t + C_2) \cdot \tan(\omega_1 t + C_1) = 1. \quad (12.3.7)$$

Условие согласованности (12.3.7) для углов принимает вид:

$$\tan \varphi_3(t) \cdot \tan \varphi_2(t) \cdot \tan \varphi_1(t) = 1. \quad (12.3.7a)$$

Из рис. 12.2.2 видно, что вид углов ψ в пространстве длин определяется углами φ в пространстве вращений по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \tan \psi_1 &= \sqrt{\tan^2 \varphi_2 + \cot^2 \varphi_3}, \\ \tan \psi_2 &= \sqrt{\tan^2 \varphi_3 + \cot^2 \varphi_1}, \\ \tan \psi_3 &= \sqrt{\tan^2 \varphi_1 + \cot^2 \varphi_2}. \end{aligned} \quad (12.3.8)$$

Ответ для прямой задачи получим, взяв производную от каждого из выражений.

3. Сказанное можно сформулировать в виде двух теорем.

Прямая теорема. Вращению в пространстве длин с любой угловой скоростью \mathbf{v} соответствует единственное вращение в пространстве углов с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$.

Обратная теорема. Для того, чтобы произвольной угловой скорости в пространстве углов $\boldsymbol{\omega}$ соответствовало вращение в пространстве длин с некоторой угловой скоростью \mathbf{v} , необходимо и достаточно, чтобы компоненты $\boldsymbol{\omega}$ удовлетворяли требованию (12.3.7).

Можно сказать, что семейство угловых скоростей в пространстве углов богаче семейства угловых скоростей в пространстве длин.

Скажем это чуть по-другому.

Прямая теорема. Всякая угловая скорость в пространстве длин имеет свой образ в пространстве углов.

Обратная теорема. Для того чтобы произвольная угловая скорость в пространстве углов имела свой образ в пространстве длин, необходимо и достаточно, чтобы компоненты этой угловой скорости были согласованы.

Геометрическая причина такой асимметрии состоит в том, что в пространстве длин мы описываем движение по некоторой траектории, а в пространстве углов – по некоторой поверхности. Не исключено, что именно такого описания требует движение квантовой частицы, ныне описываемое в вероятностных терминах.

IV. Векторное произведение векторов из пространства длин и пространства углов

Описывая вращение по окружности, обычно говорят о векторном произведении радиус-вектора и угловой скорости

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega} &= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= (x_2\omega_3 - x_3\omega_2, -x_1\omega_3 + x_3\omega_1, x_1\omega_2 - x_2\omega_1). \end{aligned} \quad (12.4.1)$$

Теория векторного угла получает угловую скорость как производную по времени от векторного угла. Поэтому мы стартуем не с тензора вида (12.4.1) с угловыми скоростями, а с соотношения

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \times \boldsymbol{\varphi} &= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 0 & -\varphi_3 & \varphi_2 \\ \varphi_3 & 0 & -\varphi_1 \\ -\varphi_2 & \varphi_1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= (x_2\varphi_3 - x_3\varphi_2, -x_1\varphi_3 + x_3\varphi_1, x_1\varphi_1 - x_2\varphi_1), \end{aligned} \quad (12.4.1a)$$

которое описывает поворот радиус-вектора.

Считая радиус-вектор постоянным по модулю, получим

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega},$$

т. е. мы здесь пришли к традиционному пониманию.

В таком определении, однако, есть один недостаток: в нем не указаны орты системы координат. Их указывают, сводя определение (12.4.1) к мнемоническому правилу:

$$\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(x_2\omega_3 - x_3\omega_2) + \mathbf{j}(-x_1\omega_3 + x_3\omega_1) + \mathbf{k}(x_1\omega_2 - x_2\omega_1). \quad (12.4.2)$$

Формулы (12.4.1) и (12.4.2) описывают вращение в заданной плоскости, фиксированной в пространстве. Чтобы описать трехмерное вращение обычно используют углы Эйлера [42]. Мы не будем останавливаться на трудностях соответствующей теории, специалисты хорошо с ними знакомы [42]–[45].

Рассмотрим проблемы, возникающие при использовании концепции векторного угла.

Дело в том, что определяя операцию умножения для длин и углов, мы обязаны в таком определении учесть орты пространств, в которых эти векторы определены. Иначе мы не сможем определить направление получившегося произведения.

Определение. Векторным произведением радиус-вектора \mathbf{r} на векторный угол $\boldsymbol{\varphi}$ будем называть определитель

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \boxtimes \boldsymbol{\varphi} &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 \mathbf{i} & x_2 \mathbf{j} & x_3 \mathbf{k} \\ \varphi_1 \mathbf{l} & \varphi_2 \mathbf{m} & \varphi_3 \mathbf{n} \end{vmatrix} = x_2 \varphi_3 (\mathbf{j} \times \mathbf{n}) - x_3 \varphi_2 (\mathbf{k} \times \mathbf{m}) - x_1 \varphi_3 (\mathbf{i} \times \mathbf{n}) + \\ &+ x_3 \varphi_1 (\mathbf{k} \times \mathbf{l}) + x_1 \varphi_2 (\mathbf{i} \times \mathbf{m}) - x_2 \varphi_1 (\mathbf{j} \times \mathbf{l}) = \\ &= (x_2 \varphi_3 + x_3 \varphi_2) \mathbf{i} + (x_3 \varphi_1 + x_1 \varphi_3) \mathbf{j} + (x_1 \varphi_2 + x_2 \varphi_1) \mathbf{k} = \\ &= (x_2 \varphi_3 - x_3 \varphi_2) \mathbf{i} + (x_3 \varphi_1 - x_1 \varphi_3) \mathbf{j} + (x_1 \varphi_2 - x_2 \varphi_1) \mathbf{k} + \\ &+ (x_3 \varphi_2) \mathbf{i} + 2(x_1 \varphi_3) \mathbf{j} + 2(x_2 \varphi_1) \mathbf{k}. \end{aligned} \quad (12.4.3)$$

В тензорном виде это произведение выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \mathbf{r} \boxtimes \boldsymbol{\varphi} &= (x_1, x_2, x_3) \begin{pmatrix} 0 & \varphi_3 & \varphi_2 \\ \varphi_3 & 0 & \varphi_1 \\ \varphi_2 & \varphi_1 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= (x_2 \varphi_3 + x_3 \varphi_2, x_1 \varphi_3 + x_3 \varphi_1, x_1 \varphi_2 + x_2 \varphi_1) = \\ &= (x_2 \varphi_3 - x_3 \varphi_2 + 2x_3 \varphi_2, x_1 \varphi_3 - x_3 \varphi_1 + 2x_1 \varphi_3, x_1 \varphi_2 - x_2 \varphi_1 + 2x_2 \varphi_1). \end{aligned} \quad (12.4.4)$$

Радиус-вектор умножается на симметричный тензор.

Итак, если мы хотим учесть движение плоскости вращения в трехмерном пространстве, мы должны радиус-вектор умножить не на антисимметричный, а на симметричный тензор из компонент вектора угла. Обозначим симметричный тензор в (12.4.4) через A , антисимметричный тензор в (12.4.1a) через B . Введем еще один тензор вида

$$C = \begin{pmatrix} 0 & \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1 \\ \varphi_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (12.4.5)$$

Тогда векторное умножение радиус-вектора на векторный угол можно записать в следующем тензорном виде

$$\mathbf{r} \boxtimes \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{r}A = \mathbf{r}B + 2\mathbf{r}C. \quad (12.4.6)$$

Вращение в трехмерном пространстве здесь описывается как вращение в фиксированной плоскости (традиционное определение) и некоторая добавка, вращающая плоскость. Вскоре станет ясно, что появление этой добавки связано с прецессией. Поэтому будем ее называть прецессионной.

Скорость движения (12.4.3)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \boxtimes \boldsymbol{\varphi}) &= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ v_1 \mathbf{i} & v_2 \mathbf{j} & v_3 \mathbf{k} \\ \varphi_1 \mathbf{l} & \varphi_2 \mathbf{m} & \varphi_3 \mathbf{n} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 \mathbf{i} & x_2 \mathbf{j} & x_3 \mathbf{k} \\ \omega_1 \mathbf{l} & \omega_2 \mathbf{m} & \omega_3 \mathbf{n} \end{vmatrix} = \\ &= \mathbf{i}(v_2 \varphi_3 + v_3 \varphi_2 + x_2 \omega_3 + x_3 \omega_2) + \mathbf{j}(v_1 \varphi_3 + v_3 \varphi_1 + x_1 \omega_3 + x_3 \omega_1) + \\ &+ \mathbf{k}(v_1 \varphi_2 + v_2 \varphi_1 + x_1 \omega_2 + x_2 \omega_1). \end{aligned} \quad (12.4.7)$$

Здесь v_i, ω_i ($i = 1, 2, 3$) – скорости и угловые скорости точки.

Ускорение точки

$$\frac{d^2}{dt^2}(\mathbf{r} \boxtimes \boldsymbol{\varphi}) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a_1 \mathbf{i} & a_2 \mathbf{j} & a_3 \mathbf{k} \\ \varphi_1 \mathbf{l} & \varphi_2 \mathbf{m} & \varphi_3 \mathbf{n} \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ v_1 \mathbf{i} & v_2 \mathbf{j} & v_3 \mathbf{k} \\ \omega_1 \mathbf{l} & \omega_2 \mathbf{m} & \omega_3 \mathbf{n} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 \mathbf{i} & x_2 \mathbf{j} & x_3 \mathbf{k} \\ \varepsilon_1 \mathbf{l} & \varepsilon_2 \mathbf{m} & \varepsilon_3 \mathbf{n} \end{vmatrix}. \quad (12.4.8)$$

Здесь a_i, ε_i ($i = 1, 2, 3$) – проекции ускорения и углового ускорения на оси в пространстве длин и на плоскости в пространстве углов соответственно.

V. Примеры

Пример №1. Вращение массивной точки на растяжимой нити в фиксированной плоскости.

Пусть это будет плоскость $Y_1 = X_2 \otimes X_3$, т. е. вращение происходит вокруг оси X_1 . Скорость такой точки по формулам (12.2.12) и (12.4.2) будет иметь вид

$$u = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & v_2 & v_3 \\ \varphi_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & x_2 & x_3 \\ \omega_1 & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (12.5.1)$$

Первое слагаемое задает вращение за счет растяжения нити со скоростью $\mathbf{v} = (0, v_2, v_3)$, а второе – за счет угловой скорости $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, 0, 0)$. Поскольку положение плоскости вращения фиксировано в пространстве (вращение происходит без прецессии), была использована традиционная формула для векторного произведения векторов. Такое предположение, конечно, является идеализацией, и в опыте мы всегда наблюдаем прецессию и нутацию, если для их подавления не предприняты специальные меры. Отметим, что первое слагаемое (растяжение нити) не описывается традиционным соотношением (12.4.1).

Пример №2. Прецессия волчка.

Пусть основное вращение волчка происходит вокруг оси X_1 .

Равенство (12.2.12) будет тогда задавать его основную угловую скорость (чистое вращение). Равенство (12.2.11) и (12.2.10) будет описывать прецессию и нутацию. Если координата x_1 фиксирована ($\dot{x}_1 = 0$), то нутация будет отсутствовать, т. е. прецессия будет регулярной. Если \mathbf{r} – радиус-вектор произвольной точки волчка, то ее скорость будет задаваться вторым детерминантом в (12.4.7), т. е. последними двумя слагаемыми в скобках при ортах. Если волчок деформируем, то скорость точки будет описываться всем выражением (12.4.7), при этом скорость $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ будет иметь смысл скорости движения точки при деформации. В добавок к традиционному описанию вращения твердого волчка мы получим возможность описывать вращение деформируемого тела

Пример №3. Световая волна.

Описание световой волны в настоящее время сталкивается с рядом трудностей.

1. Экспериментально доказан [46, с. 201] поперечный характер колебаний линейно поляризованной волны, из чего делается вывод о поперечности любой световой волны. Поперечные волны возможны только в твердом веществе. Но окружающее нас пространство заведомо не заполнено твердым веществом.

2. В общем случае световая волна поляризована нелинейно, но вращается по эллипсу или окружности [46, с. 211], [47, с. 118]. Почему линеаризация такого вращения становится поперечной? И как эту поперечность согласовать с вращением по эллипсу?

3. Световая волна приходит пульсациями, фотонами. Чтобы согласовать этот факт с традиционными представлениями о волне, пришлось ввести представление о двойственном начале в природе: волне–частице [46, с.464], [47, с. 221].

Все эти вопросы снимаются, если световая волна представляет собой трехмерное крутильное колебание.

1. Проекция такого вращения на координатные плоскости являются окружностями переменного радиуса. На любую плоскость, фиксированную в пространстве, эта окружность будет проецироваться как эллипс с пульсирующими радиусами (амплитудами).

2. Пульсация радиуса в линейной проекции в эксперименте будут восприниматься как поперечные колебания.

3. Пульсируют не только радиус-векторы координатных плоскостей, пульсирует и величина самого радиус-вектора. Такая волна к детектору будет приходить порциями (фотонами). Скорость точки в такой волне будет задаваться выражением (12.4.7) плюс равномерное движение вдоль оси X_1 со скоростью света c :

$$u = \mathbf{i}c + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ v_1\mathbf{i} & v_2\mathbf{j} & v_3\mathbf{k} \\ \varphi_1\mathbf{l} & \varphi_2\mathbf{m} & \varphi_3\mathbf{n} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1\mathbf{i} & x_2\mathbf{j} & x_3\mathbf{k} \\ \omega_1\mathbf{l} & \omega_2\mathbf{m} & \omega_3\mathbf{n} \end{vmatrix}. \quad (12.5.2)$$

§ 13. О ПОЛЕВОМ ВЗГЛЯДЕ НА ПРОБЛЕМЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

1. Используемый математический аппарат

Повторим для большей ясности ход наших рассуждений в §12. В качестве первого шага мы вместо координатных осей ввели понятие координатных плоскостей. Псевдовекторы $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$ – это нормали к этим плоскостям. Заметим, что хотя точки в этом новом пространстве Y характеризуются шестью координатами исходного трехмерного пространства X , мы это пространство не покидаем, поскольку при определении точки y на координаты x наложены три дополнительные связи. Например, в определение координат $y_1 = (x_2, x_3)$ и $y_2 = (x_1, x_3)$ входит одна и та же координата x_3 . Однако, хотя каждой точке $x(x_1, x_2, x_3)$ соответствует единственная точка $y(y_1, y_2, y_3)$, и единственной траектории в X соответствует единственная траектория в Y , обратное неверно: единственной траектории в Y соответствует целое семейство траекторий в X . Этот факт разрешает ряд известных парадоксов квантовой механики: двойственность волны и частицы, возможность для электрона в один и тот же момент времени находиться в разных местах и т. д. Следовательно, траектории в X оказываются «перекрученными». Сказанное относится и к пространствам поворотов Φ и Ψ . Поворот в Φ определяет единственный поворот в Ψ , обратное неверно.

Движение футбольного мяча или пули является примером движения в пространствах X и Φ , движение броуновской частицы или электрона в атоме – пример движения в пространствах Y и Ψ . Аккуратное исследование физических причин таких движений, конечно, еще впереди. Поясним сказанное. Вычислим скорость движения в пространстве Y , продифференцировав радиус-вектор $\mathbf{R} = y_1\mathbf{l} + y_2\mathbf{m} + y_3\mathbf{n}$ по времени:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{R}}{dt} &= \mathbf{l} \frac{dy_1}{dt} + \mathbf{m} \frac{dy_2}{dt} + \mathbf{n} \frac{dy_3}{dt} = \\ &= \mathbf{l}(x_2v_3 + x_3v_2) + \mathbf{m}(x_1v_3 + x_3v_1) + \mathbf{n}(x_1v_2 + x_2v_1). \end{aligned} \quad (13.1.1)$$

Здесь $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$ – скорость в пространстве X . Скорость (13.1.1) более удобно описать в тензорном виде. Ее будет описывать симметричный тензор

$$A = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & x_1 \\ x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (13.1.2)$$

примененный к скорости в X , а именно

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = A(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & x_1 \\ x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}. \quad (13.1.3)$$

Когда мы говорим о тензоре второго ранга, мы всегда говорим фактически о поверхности. Поэтому скорость (13.1.1) и (13.1.3) будем называть поверхностной, или волновой или термодинамической. Повод для второго и третьего названий станет ясней ниже.

Какое же движение задает поверхностная скорость? Для ответа на этот вопрос вспомним следующее. Вращательное движение в пространстве X обычно описывается векторным произведением

$$\mathbf{r} \times \mathbf{v}, \quad \mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3), \quad \mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3). \quad (13.1.4)$$

Университетские учебники обычно рекомендуют записывать выражение (13.1.15) в виде определителя

$$\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{l} & \mathbf{m} & \mathbf{n} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}. \quad (13.1.5)$$

Отметим, что учебники в детерминанте (13.1.5) требуют писать векторы $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, а не $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$. Выше говорилось о некорректности такой записи: базис $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ оставляет движение в пространстве X , тогда как оно происходит уже в пространстве Y . Поэтому мы заменили базис $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ на $\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}$. Отметим, однако, что чисто вращательное движение не напрасно удастся описать в виде комбинации обычных векторов в базисе $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, т. е. без использования понятия тензора. Движение (13.1.4) обычно понимается как движение по окружности, тогда как движение (13.1.5), которое более удобно записать в виде действия антисимметричного тензора на \mathbf{v}

$$B(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} 0 & -x_3 & x_2 \\ x_3 & 0 & -x_1 \\ -x_2 & x_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}, \quad (13.1.6)$$

описывает вращение как движение по поверхности круга, заметаемого радиус-вектором частиц. Другими словами чисто вращательное движение имеет в некотором смысле промежуточный характер между движением в пространствах X и Y . Но в общем случае скорость (13.1.3) в пространстве Y нам не удастся описать в терминах каких-то комбинаций вектором из X . Для пояснения сказанного введем тензор

$$C = \begin{pmatrix} 0 & x_3 & 0 \\ 0 & 0 & x_1 \\ x_2 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13.1.7)$$

Теперь скорость в Y можно описать следующим образом

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = A(\mathbf{v}) = B(\mathbf{v}) + 2C(\mathbf{v}). \quad (13.1.8)$$

Симметричный тензор A мы представили как сумму антисимметричного тензора B , описывающего вращение, и некоторой «добавки» $2C$. Этот последний тензор мы будем называть интерференционным, поскольку как мы увидим, именно он описывает интерференцию и придает движению частиц волновой характер.

Подведем итог. Для описания движения броуновских и квантово-механических частиц предложен следующий математический аппарат. Наряду с традиционным трехмерным евклидовым пространством X введено шестимерное пространство Y , осями которого являются координатные плоскости исходного пространства X . Гладкие траектории в Y из пространства X «видятся» как вращательные движения с интерференцией. Для пояснения последнего утверждения рассмотрим проекцию трехмерного поверхностного движения на плоскость. Пусть r и φ будут полярными координатами точек на этой плоскости. Имеем

$$x_3 = 0, \quad x_1 = r \cos \varphi, \quad x_2 = r \sin \varphi, \quad (13.1.9)$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = r', \quad v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} = r\omega, \quad (13.1.10)$$

$$\begin{aligned} v_1 &= r' \cos \varphi - r \sin \varphi \varphi', \\ v_2 &= r' \sin \varphi + r \cos \varphi \varphi'. \end{aligned} \quad (13.1.11)$$

Применяя тензор A , получим движение с поверхностной скоростью

$$(x_1 v_2 + x_2 v_1) \mathbf{n} = r(v_r \sin 2\varphi + v_\varphi \cos 2\varphi) \mathbf{n} = (rr' \sin 2\varphi - \varphi' r^2 \cos 2\varphi) \mathbf{n}. \quad (13.1.12)$$

Аксиальный вектор \mathbf{n} – нормаль к плоскости (X_1, X_2) , $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$, X_i – оси пространства X .

Применяя тензор B , получим скорость вращения

$$(x_1 v_2 - x_2 v_1) \mathbf{n} = r^2 \varphi' \mathbf{n}. \quad (13.1.13)$$

В выражении (13.1.12) вращение (13.1.13) напоминает второе слагаемое. Однако при поверхностном движении нет равномерного вращения (13.1.13), множитель $\cos 2\varphi$ делает это вращение скорее напоминающим движение маятника: при $\varphi \in [0, \pi/4)$ частица движется, замедляясь, в одну сторону, при $\varphi \in [\pi/4, \pi/2)$ возвращается, ускоряясь, при $\varphi \in [\pi/2, 3\pi/2)$ и при $\varphi \in [3\pi/2, 2\pi)$, замедляясь, продолжает движение. Затем цикл повторяется. Скорость этого движения пропорциональна площади, заматаемой радиус-вектором. Первое слагаемое в (13.1.12) также носит маятниковый характер за счет синуса двойного угла. Однако его величина пропорциональна не квадрату радиуса, а произведению радиуса на скорость его изменения. Так что это слагаемое равно нулю, если радиус не

изменяется. Любопытный читатель может проверить, что в трехмерном случае картина качественно сохраняется, но усложняется за счет еще одного угла в сферической системе координат.

Кинематика поверхностного движения вводит в рассмотрение новый класс явлений, который дает объяснение, по крайней мере, некоторым парадоксам квантовой механики. Все обстоятельства, которые приводят к смене траекторного типа движения на поверхностный и обратно, еще предстоит выяснить. Но вот некоторые примеры. Фотоны света, задевая за края небольшого экрана, меняют траекторное движение на поверхностное и засвечивают центр его тени.

Мы не можем понять через какое из двух небольших отверстий прошел электрон потому, что, ударившись о край одного из них, он сменяет свое траекторное движение на поверхностное и мы теряем траекторию его движения после экрана. Но вот этот прорвавшийся электрон мы осветили достаточным высокочастотным светом, и он снова движется траекторно.

Кое-что проясняется и с принципом неопределенности Гейзенберга. Сравним энергию чисто вращательного и поверхностного движения электрона e . Пусть ω – угловая скорость, а r – радиус его вращения. Энергия вращения электрона

$$E_t = e|\mathbf{r} \times (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega})| = er^2\omega. \quad (13.1.14)$$

Энергия его поверхностного движения

$$E_s = eR\omega \quad (13.1.15)$$

И пусть угловая скорость ω этих движений совпадает. Тогда мы должны сравнить только две величины:

$$r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \quad (13.1.16)$$

и

$$R = \sqrt{(x_1x_2)^2 + (x_2x_3)^2 + (x_1x_3)^2}. \quad (13.1.17)$$

Возведя в квадрат оба выражения, получим:

$$r^4 = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + 2x_1^2x_2^2 + 2x_2^2x_3^2 + 2x_1^2x_3^2 \geq R^2 = x_1^2x_2^2 + x_2^2x_3^2 + x_1^2x_3^2.$$

По тем же соображениям, для любой частицы массой m , движущейся со скоростью v , для ее траекторного момента импульса

$$P_t = mvr = mr^2\omega \quad (13.1.18)$$

и ее поверхностного импульса

$$P_s = mR\omega \quad (13.1.19)$$

получим

$$P_t > P_s. \quad (13.1.20)$$

В частности для поверхностной скорости T

$$mT = \hbar \quad (13.1.21)$$

получим

$$mvr > mT = \hbar. \quad (13.1.22)$$

Так что физической причиной выполнения принципа неопределенности является то, что поверхностное движение энергетически более выгодно по сравнению с траекторным.

II. Механические размерности для термодинамических величин

Поверхностная скорость имеет размерность m^2/c , что отражает тот факт, что частица зачерчивает при своем движении не линию, а поверхность. Но существуют ли такие движения в природе? Так движется, судя по всему, например, броуновская частица. Именно поэтому наблюдения дают пропорциональность времени движения не пройденному пути, а его квадрату. Судя по всему, проблема движения квантовых частиц также связана с поверхностным характером их движения.

Но ведь, вроде бы, найден способ описания их движения – стохастика.

Во-первых, стохастика тоже используется своеобразно. Для описания движения броуновской частицы приходится использовать не математическое ожидание, а дисперсию, чтобы учесть квадратичный характер зависимости пути от времени.

Но главное, что нам дает вероятностное описание?

Улучшает ли оно наше понимание объективной стороны дела?

В инженерных курсах вероятность обычно определяется как предел частоты. Такое определение, конечно же, не может удовлетворить ни математика, ни физика. Для математика в таком определении остается только тот факт, что некоторая последовательность сходится к пределу. Разговор же про монетку и ее бросание остается лишь раздражающим шумом. Для физика в таком определении нет главного: в чем физическая причина такой сходимости? Поэтому в рафинированных математических курсах вероятность определяется просто как непрерывная в пусто нормированная мера на сигма-алгебре борелевских или лебеговских подмножеств. Физику же остается понимать вероятность как меру своего незнания.

Так что стохастическое описание есть просто признание в непонимании тех процессов, которые стремятся описать.

Попытаемся в настоящем параграфе связать введенное выше понятие поверхностной скорости с надежно установленными физическими фактами, для описания которых в настоящее время используется стохастика. Свои рассужде-

ния мы будем строить на некоторой системе аксиом-предположений и уже на этих аксиомах будем базировать свои выводы-следствия, следуя в этом вопросе традициям математики.

Предположение 1. Температура T есть поверхностная скорость частиц или термодинамической волны, отнесенная к углу поворота. Ее размерность $\text{м}^2/(\text{с}\cdot\text{рад})$. Забегая вперед, скажем, что и термодинамическое поле тоже имеет размерность $\text{м}^2/(\text{с}\cdot\text{рад})$.

Рассмотрим энергию

$$E = kT. \quad (13.2.1)$$

Здесь k – константа Больцмана для отдельной частицы. Если T имеет размерность $\text{м}^2/(\text{с}\cdot\text{рад})$, то константа k должна иметь размерность $\text{кг}\cdot\text{рад}/\text{с}$. Эту же размерность имеет электрический заряд:

$$e = 7.072 \times 10^{-10} \frac{\text{кг}\cdot\text{рад}}{\text{с}}. \quad (13.2.2)$$

Предположение 2. Константа Больцмана – это на самом деле электрический заряд, т. е.

$$k = e = 7.1 \times 10^{-10} \frac{\text{кг}\cdot\text{рад}}{\text{с}} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2 \cdot \text{К}}. \quad (13.2.3)$$

Это равенство дает нам возможность выразить величину градуса в механических единицах

$$1 \text{ К} = 1.9523 \times 10^{-14} \frac{\text{м}^2}{\text{с}\cdot\text{рад}}. \quad (13.2.4)$$

Энергия (13.2.1) – это энергия поверхностного движения электронов.

Новое понимание температуры дает возможность говорить о температуре отдельной частицы, а не только о температуре ансамбля частиц, как это делается в настоящее время. О температуре тела мы можем теперь говорить как о близости поверхностных скоростей частиц, его составляющих, и избегать громоздких построений, к которым вынуждена прибегать современная термодинамика в этом пункте.

В нашем понимании поверхностная скорость и, соответственно, температура – вектор, точнее псевдовектор. Но поскольку современная термодинамика фактически понимает температуру как скаляр, хотя даже говорит о ее распространении, в тех пунктах, где мы просто интерпретируем в новых терминах традиционные утверждения термодинамики, температура будет пониматься нами как скаляр, т. е. модуль псевдовектора. Сказанное относится и к понятию электрического заряда. Встает следующий вопрос: эквивалентно ли введенное понятие температуры традиционному? Конечно, в общем случае нет. Как движение электрического заряда порождает электрическое поле, имеющее размерность

траекторной скорости м/с, так и поверхностное движение частицы порождает термодинамическое поле размерности м²/с. Движение отдельного электрического заряда порождает волну с фазовой скоростью, движение же совокупности электрических зарядов с близкими скоростями порождает волну с групповой скоростью. Ныне принятое определение температуры говорит нам о групповой скорости термодинамической волны. Введенное понятие температуры отдельной частицы дает возможность говорить о фазовой скорости термодинамической волны. Ниже мы вернемся к этому вопросу. Сейчас же отметим, что с полевой точки зрения становится ясным физический смысл энергии (13.2.1): это энергия поверхностного движения электрических зарядов.

Рассмотрим связь этой энергии с теплотой. Попытаемся сформулировать эту связь в механических терминах.

Предположение 3. Термодинамическое поле существует и его зарядом является термодинамический импульс (произведение массы и поверхностной скорости) по модулю равный постоянной Дирака \hbar . При этом теплота

$$Q = \hbar\omega. \quad (13.2.5)$$

Будем в дальнейшем называть $\omega = Q/\hbar$ удельной теплотой. Ее размерность рад/с, т. е. термодинамический заряд \hbar имеет размерность кг·м²/(рад·с). Тепловая энергия Q создается колебаниями термодинамического заряда \hbar . Эта формула в случае фотона согласована с формулой Планка.

Что нам дает введение механических размерностей?

Во-первых, проясняет понятие температуры. В настоящее время считается необходимым отдельно сформулировать так называемое нулевое начало термодинамики – предположение о существовании температуры. Однако физического смысла температуры нулевое начало не объясняет. Пояснение смысла заменяется детальным описанием технологии измерения. В механических терминах становится ясной физическая причина справедливости эргодических теорем: частицы, обладающие разными поверхностными скоростями, сталкиваясь друг с другом, усредняют свои поверхностные скорости. Поэтому температура от более горячих тел «перетекает» к более холодным. Первые становятся холоднее, а вторые горячее до тех пор, пока поверхностные скорости частиц не усреднятся. Этот процесс, по-видимому, просто отражает характер движения частиц эфира. Введя представление о температуре как о поверхностной скорости, мы прояснили ее физический смысл. При этом технологию измерения можно оставить прежней: равенство (13.2.4) дает нам такую возможность. Со временем, конечно, должна появиться технология измерения именно поверхностной скорости, поскольку концепция температуры не только пояснена, но и уточнена: можно говорить о температуре отдельной частицы, которую мы пока что измерять не умеем, а такая характеристика также оказывается важной. Эта проблема вскоре у нас возникнет и при исследовании термодинамических волн.

Умея измерять температуру, мы на некоторое время могли отложить вопрос о физическом смысле температуры, заменив ответ на него стохастической ими-

тацией ответа.

А вот положение дел с теплотой в современной физике оказалось значительно сложнее. После отказа от концепции теплорода понятие теплоты оказалось подвешенным. В настоящее время теплота определяется через температуру, что сильно затрудняет их различие. Градус входит в определение калории. Так что теплота оказывается просто линейной функцией температуры и становится неотличимой от нее. Понимая энергию (13.2.1) как энергию движения электрического заряда, а энергию (13.2.5) как энергию колебаний термодинамического заряда, мы разводим понятие теплоты и температуры, возвращаясь тем самым к идеям Декарта, Гука и Ньютона. При этом идея теплорода естественно заменяется уже привычной для современной физики концепцией поля.

III. Термодинамическое поле

Введем понятие термодинамического поля. Оно во многом будет сходно с понятием поля электрического. Поэтому для сравнения по ходу рассуждений будут приводиться некоторые факты из электродинамики.

Для световой волны с частотой ν , движущейся с фазовой скоростью c обычно вводят понятие волнового числа: модуль производной угла поворота по радиусу

$$\left| \frac{d\varphi}{dr} \right| = k = \frac{\nu}{c}. \quad (13.3.1)$$

Уже упоминалось о проблеме векторного угла и угловой скорости. Здесь ситуация аналогична, только вместо производной по времени, в результате чего мы получаем угловую скорость, здесь вычисляется модуль градиента, а потом уже вводится его вектор. Соотношение (13.3.1) можно понять как угол поворота, приходящийся на длину волны μ . Его можно записать по-разному:

$$\mu = \frac{2\pi}{k}, \quad (13.3.2)$$

$$v = ck, \quad (13.3.3)$$

где μ – длина световой волны.

Продифференцировав равенство (13.3.3), получим

$$dv = cdk + kdc. \quad (13.3.4)$$

Если скорость световой волны постоянна, то второе слагаемое в (13.3.4) равно нулю, и остается только

$$dv = cdk. \quad (13.3.5)$$

Введение механических размерностей для термодинамических величин дает нам возможность увидеть, что нечто подобное рассматривается и в термоди-

намике.

Связь теплоты и температуры при квазистатических процессах обычно записывается в виде:

$$\delta Q = TdS, \quad (13.3.6)$$

где S – это энтропия, T – температура, символ вариационного дифференциала δ используется вместо символа обычного дифференциала, чтобы учесть тот факт, что в традиционных термодинамических рассуждениях дифференциал теплоты не является полным. Следуя этой логике, нам бы и в соотношении (13.3.5) следовало писать слева вариационный дифференциал. Но полевым подход избавляет нас от этой необходимости.

Введем понятие термодинамической волны по аналогии со световой волной (13.3.3)

$$\omega = T_p L. \quad (13.3.7)$$

Здесь T_p – температура, т. е. фазовая поверхностная скорость термодинамической волны, создаваемой отдельной частицей, $L = S/\hbar$ – удельная энтропия, т. е. волновое число, величина, обратная площади λ термодинамической волны.

Продифференцировав (13.3.7), получим

$$d\omega = LdT_p + T_p dL. \quad (13.3.8)$$

Мы будем исходить из соотношения (13.3.8) и понимать энтропию как волновое число для термодинамической волны. Иногда используя понятие, аналогичное длине световой волны (13.3.2), будем пользоваться соотношениями

$$\lambda = \frac{\pi}{L} \left[\frac{\text{м}^2}{\text{рад}^2} \right], \quad (13.3.9)$$

$$L = \frac{\pi}{\lambda} \left[\frac{\text{рад}^2}{\text{м}^2} \right]. \quad (13.3.10)$$

Величину λ естественно назвать площадью термодинамической волны.

Индекс p при температуре (термодинамической скорости) T в соотношении (13.3.8) подчеркивает, что речь идет о фазовой скорости волны, порожденной отдельной частицей. В электродинамике часто наряду с фазовой скоростью волны рассматривают групповую скорость волн, порожденных колебаниями зарядов с близкими частотами и соответственно близкими волновыми числами. Скорость такого группового пакета определяется не соотношением (13.3.3), а производной

$$\frac{dv}{dk} = g. \quad (13.3.11)$$

Проведя соответствующие рассуждения, мы тоже можем говорить не о фа-

зовой температуре T_p , а о групповой температуре T , определяемой производной

$$\frac{d\omega}{dL} = T. \quad (13.3.12)$$

Рассмотреть этот случай тем более важно, что ныне принятое понимание температуры сводится к свойствам именно группового пакета.

В зависимости от среды фазовая скорость световой волны может зависеть от волнового числа, а может не зависеть. Во втором случае скорость пакета совпадает со скоростью фазы. В первом случае она может быть как больше, так и меньше фазовой.

Это же имеет место в термодинамике. Действительно, дифференцируя равенство (13.3.7) по L , получим во втором случае

$$T = \frac{d\omega}{dL} = \frac{d(T_p L)}{dL} = T_p. \quad (13.3.13)$$

Групповая и фазовая скорости совпадают.

Для первого случая имеем

$$T = \frac{d\omega}{dL} = T_p + L \frac{dT_p}{dL}. \quad (13.3.14)$$

T больше или меньше T_p в зависимости от знака второго слагаемого.

Перепишем равенства (13.3.13) и (13.3.14) в виде:

$$d\omega = T_p dL, \quad (13.3.13a)$$

$$d\omega = T_p dL + L dT_p. \quad (13.3.14a)$$

Равенство (13.3.6) является в современной термодинамике определением энтропии и подразумевает, что температура не зависит от энтропии. Именно поэтому круговой интеграл от левых и правых частей равенства (13.3.6) будет равен нулю только при дополнительном предположении о квазистатичности процесса.

А что произойдет при нестатическом характере процесса? По современным взглядам увеличится энтропия. С термодинамической точки зрения «вступит в работу» второе слагаемое в равенстве (13.3.14a). Здесь и в дальнейшем равноправно используются термины «энтропия S » и «удельная энтропия L », поскольку они отличаются только константой и все выводы, справедливые для S , справедливы и для L .

Разберем этот вопрос более подробно.

IV. Что такое энтропия?

Определение энтропии (13.3.6) фактически исходит из равенства (13.3.13a), т. е. использует представление о температуре как о фазовой скорости волны, тогда как ныне принятое определение температуры требует рассмотрения именно

групповой скорости. Эксперименты, указывающие на эту нестыковку, привели к необходимости использования в левой части равенства (13.3.6) вариационного дифференциала, а не обычного. Считается, что таким образом мы учитываем всю траекторию движения процесса, а не только его локальные характеристики. Полевое описание процесса снимает эту проблему. Введение механических размерностей для температуры, теплоты и полевых представлений в термодинамике дают возможность по-новому взглянуть на проблему возрастания энтропии. Предварительно проанализируем ныне принятые представления на эту тему.

Начнем со знаменитой формулы приращения энтропии:

$$\Delta S = k \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right). \quad (13.4.1)$$

Здесь k – постоянная Больцмана. Ее получают при анализе результатов свободного изотермического расширения идеального газа от объема V_1 до объема V_2 . Увеличение объема ныне интерпретируется как увеличение «беспорядка» в положении молекул, этому беспорядку приписываются вероятностные характеристики и вместо дроби (V_2/V_1) часто фигурирует «мера беспорядка» W .

Выше было показано, что постоянная Больцмана k имеет размерность кг·град/с, и она интерпретировалась как электрический заряд, так что с полевой точки зрения величина k в (13.4.1) имеет размерность не энтропии, а электрического заряда. Это, конечно, легко исправить. Разделив левую и правую части равенства (13.4.1) на термодинамический заряд \hbar , получим

$$\Delta L = L_0 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right), \quad (13.4.2)$$

где $\Delta L = \frac{\Delta S}{\hbar}$, $L_0 = \frac{k}{\hbar}$.

Постоянную L_0 естественно интерпретировать как удельную энтропию эфира (физического вакуума). Она у нас возникнет еще раз, когда мы перейдем к анализу излучения абсолютно черного тела. L – волновое число для эфирных волн. Оно растет как логарифм объема, содержащегося в поверхности, зачерчиваемой поверхностной волной. Вывод: соотношения (13.4.1) и (13.4.2) – следствие свойств эфира, а не газа.

Просто частицы эфира ведут себя как молекулы идеального газа. Поведение же реальных газов есть сумма поведения идеального и движений, вызванных особенностями структуры этих газов. Еще одним подтверждением этой точки зрения являются наблюдения за газовыми термометрами. Если в газовом термометре используется идеальный газ, то отношение температур кипения и замерзания воды T_s/T_i равно отношению давлений p_s/p_i и равно 1.36605 для любых давлений в точке кипения p_s и точке замерзания p_i . А вот для реальных газов это верно только, если $p_i \rightarrow 0$, т. е. молекулы реального газа фактически исчезают. А что же остается? Остается эфир.

Рассмотрим еще одно соотношение между величинами, по смыслу близки-

ми к понятию энтропии. Имеются в виду понятия теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме.

Если удельная энтропия это $\delta\omega/T$, то теплоемкость при постоянном давлении

$$c_p = \hbar \left(\frac{\delta\omega}{dT} \right)_p, \quad (13.4.3)$$

а теплоемкость при постоянном объеме

$$c_v = \hbar \left(\frac{\delta\omega}{dT} \right)_v. \quad (13.4.4)$$

Между ними и удельной энтропией приблизительно та же разница, что между волновым числом, когда мы говорим о групповой скорости (теплоемкость) и волновым числом для фазовой скорости волны (удельная энтропия). Поэтому в современной теории энтропия оказывается полным дифференциалом, а теплоемкости зависят от процесса (при постоянном давлении, при постоянном объеме и т. д.).

В современной термодинамике между теплоемкостями устанавливается соотношение

$$c_p - c_v = k.$$

Для согласования размерностей нам и здесь левую и правую части надо разделить на термодинамический заряд \hbar . Получим

$$\frac{c_p - c_v}{\hbar} = \frac{k}{\hbar} = L^*. \quad (13.4.5)$$

Речь опять идет об идеальном газе. Приращение удельной энтропии за счет объема в этом случае дается равенством (13.4.2), т. е.

$$\frac{\Delta c_v}{\hbar} = L^* \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right). \quad (13.4.6)$$

Это дает нам возможность выразить и приращение теплоемкости при постоянном давлении:

$$L = \frac{\Delta c_p}{\hbar} = L^* \left(1 + \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right). \quad (13.4.7)$$

Теплоемкость при постоянном давлении и постоянном объеме, отнесенная к \hbar – это просто удельная энтропия эфира, а возрастание идет за счет увеличения объема.

Становится ясным и то, почему это соотношение строго справедливо только для идеального газа: в неидеальных газах больше электрических зарядов k , а в жидкостях и твердых телах характеристики эфира, их пронизывающих, отлича-

ются от характеристик свободного эфира.

Так что же такое удельная энтропия? С полевой точки зрения это просто волновое число термодинамической волны. Такое понимание удельной энтропии включает традиционное как частный случай. Становится ясной неправомерность понимания энтропии как меры хаоса.

V. Второе начало термодинамики

Равенство (13.3.13a) говорит, что удельная энтропия понимается как волновое число для фазовой термодинамической скорости. В эксперименте же температура всегда рассматривается как групповая скорость (13.3.14a). Другими словами утверждение о возрастании энтропии (удельной энтропии) – следствие неучета второго слагаемого справа в равенстве (13.3.14a).

По аналогии со световой волной введем понятие аномальной дисперсии ($LdT < 0$, фазовая скорость больше групповой, удельная энтропия убывает) и нормальной дисперсии ($LdT > 0$, фазовая скорость меньше групповой, удельная энтропия возрастает). Обратим внимание читателя на то, что наше определение обратно определению для случая световой волны. Там нормальной считается дисперсия, когда фазовая скорость больше групповой, а аномальной, когда фазовая скорость меньше групповой. Наше определение вызвано тем, что в существующей традиции нормальной считается ситуация, когда удельная энтропия возрастает, а не убывает. Предполагая неубывание удельной энтропии, мы аксиоматизируем наличие нормальной дисперсии для термодинамической волны. Таково большинство экспериментальных фактов. Но есть ли эксперименты, противоречащие этому утверждению? Есть. Многочисленные эксперименты по ядерному магнитному резонансу дали неожиданный результат. Ныне эти состояния интерпретируются как состояния с отрицательными температурами. Разберем эти важные эксперименты подробнее.

В 1951 году Парселлом и Паундом были проведены эксперименты, показывающие, что атомные и ядерные магнитные моменты, которые при низких температурах выстраиваются по внешнему магнитному полю, при очень высоких температурах меняют направление на противоположное (см. подробнее [49]). Это можно было бы объяснить, если бы в определении энтропии (13.3.6) температура была бы отрицательной. Видимо, поэтому была принята весьма странная концепция, что за бесконечной положительной температурой лежит область отрицательных температур, в которой и происходит смена знака в энергетической формулировке второго начала термодинамики: если при положительных температурах мы не можем без потерь перевести теплоту в работу, то при отрицательных температурах без потерь мы не можем перевести работу в теплоту. Это, конечно, выглядит странным. Ведь в эксперименте заведомо не была перейдена бесконечная положительная температура, а эффект имеет место. В параграфе, посвященном изучению абсолютно черного тела, будет показано, что для термодинамического поля существует температура T_0 , играющая роль, аналогичную скорости света в электродинамике и равная приблизительно 5 миллиардам гра-

дусов. Превышение этой температуры в изотермическом процессе, как мы увидим, и ведет к смене знака в формулировке второго начала термодинамики и появлению аномальной дисперсии у термодинамической волны.

Постараемся понять волновую причину появления аномальной дисперсии. В уравнении термодинамической волны (13.3.7), домножим левую и правую части на термодинамический заряд \hbar , получим

$$\hbar\omega = \hbar TL. \quad (13.5.1)$$

Выражение слева от знака равенства это тепловая энергия, которую мы без потерь можем перевести и в энергию поверхностного (волнового) движения электронов kT (13.2.1) и в механическую. Другими словами, коэффициент при таком переходе постояен. Выражение $\hbar T$ справа мы можем рассматривать как совершенно новый тип энергии. Это энергия поверхностного движения термодинамических зарядов. Будем ее называть термической или термодинамической. Размерность этой энергии $[\text{кг}\cdot\text{м}^4/(\text{с}^2\cdot\text{рад}^2)]$ отличается от привычной, и коэффициент L при переводе ее в тепловую непостояен. Именно существованию этой энергии обязано своим появлением второе начало термодинамики. Термодинамическая энергия $\hbar T$ – это энергия термодинамической волны, порожденной движением термодинамических зарядов. Чтобы получить из нее механическую, мы должны предварительно перевести ее в тепловую, т. е. в энергию колебаний термодинамических зарядов \hbar . Но такой перевод при фазовых температурах, меньших групповых, т. е. при нормальной дисперсии связан с ростом удельной энтропии и потерями. Поэтому в цикле Карно и появляется холодильник: тело, в котором термодинамическая энергия $\hbar T$ переходит в тепловую $\hbar\omega$ и происходят потери энергии (компенсация).

Рассмотрим следующий циклический процесс, аналогичный циклу Карно.

Начнем с адиабатического этапа. По определению в ходе адиабатического процесса не происходит тепловых изменений. Из полевого уравнения (13.3.14a) имеем

$$d\omega = T_p dL + LdT_p = 0. \quad (13.5.2)$$

Приращение теплоты равно нулю. Это уравнение с разделяющимися переменными, его решение имеет вид:

$$LT_p = L_0 T_p^0, \quad (13.5.3)$$

где L_0, T_p^0 – начальные данные.

Итак, при адиабатическом процессе мы не можем ни выиграть, ни проиграть в работе, потому что увеличение температуры может произойти только за счет убыли удельной энтропии и симметрично.

Собственно, к этому выводу мы могли бы прийти и на качественном уровне: ведь в работу без потерь переходит именно теплота, а ее количество не изменяется по исходному предположению. Значит компенсация (потери при переходе в

работу) происходит на изотермических этапах.

Для изотермического этапа (температура постоянна) уравнение (13.3.14) принимает вид:

$$T = T_p + L \frac{dT_p}{dL} = c_1 = \text{const.} \quad (13.5.4)$$

Это линейное дифференциальное уравнение, его решение

$$T_p = \frac{c_2}{L} + c_1 \quad (13.5.5)$$

или

$$L(T_p - c_1) = c_2. \quad (13.5.6)$$

Вернемся к уравнению (13.3.14a), подставив в него температуру (13.5.5)

$$d\omega = \frac{c_2 + c_1 L}{L} dL. \quad (13.5.7)$$

Напомним, что теплоту мы можем без потерь перевести в работу. Так что если приращение $d\omega > 0$, то значит, мы выигрываем в работе, если $d\omega < 0$, то проигрываем, если $d\omega = 0$, то процесс равновесен. Собственно именно этот последний случай и рассматривается в термодинамике.

Из (13.5.6) следует, что равновесия мы можем добиться, если

$$T_p = c_1. \quad (13.5.8)$$

Что это за температура c_1 ? Это групповая скорость термодинамической волны в среде, в которой ставится эксперимент. В случае свободного эфира – это температура T_0 . Ее величина будет найдена в следующем параграфе. В общем случае будем обозначать ее через T_g .

Если

$$T_p > T_g, \quad (13.5.9)$$

то при возрастании T_p удельная энтропия L должна убывать, чтобы сохранилось равенство (13.5.6) Если

$$T_p < T_g, \quad (13.5.10)$$

то удельная энтропия должна возрастать.

Важным выводом из рассмотрения циклических процессов является утверждение о невозможности для коэффициента полезного действия превысить единицу. Посмотрим, как это утверждение выглядит с полевой точки зрения.

Пусть мы стартуем с теплоты

$$\omega_1 = L_1 T_1^p \quad (13.5.11)$$

и адиабатически переводим процесс в состояние $L_2 T_2^p$. Никакого приращения тепла мы при этом не получаем, так что

$$\omega_1 = L_2 T_2^p. \quad (13.5.12)$$

Если $T_2^p > T_1^p$, то $L_2 < L_1$, и симметрично.

Затем изотермически переводим процесс в состояние

$$\omega_2 = L_3 (T_2^p - T_g) = \omega_1 + c_2. \quad (13.5.13)$$

Переведем теперь процесс адиабатически в состояние с исходной температурой T_1 . Это произойдет с некоторой удельной энтропией L_4 . Получим

$$L_3 (T_2^p - T_g) = L_4 T_1^p = \omega_1 + c_2. \quad (13.5.14)$$

Отсюда

$$\frac{L_4}{L_3} = \frac{T_2^p - T_g}{T_1^p}. \quad (13.5.15)$$

Правая часть в этом равенстве истолковывается как потери при переходе процесса от температуры T_1^p к T_2^p и возвращении к T_1^p . Пока $T_2^p < T_g$, они отрицательны (потери), когда $T_2^p > T_g$ она положительна (выигрыш). Физически это означает, что до температуры T_g мы теплоту переводим в работу с потерей (компенсация), преодолев ее, мы переводим теплоту в работу с прибавкой (декомпенсацией). Мы стартовали с теплоты

$$\omega_1 = L_1 T_1^p, \quad (13.5.16)$$

а вернулись к температуре T_1^p с теплотой

$$\omega_1 + c_2 = L_4 T_1^p. \quad (13.5.17)$$

Отсюда

$$L_4 - L_1 = \frac{c_2}{T_1^p}. \quad (13.5.18)$$

Разность энтропий уменьшается с ростом T_1^p . Она становится равной нулю (процесс равновесный), если T_1^p достигает температуры T_g . С дальнейшим ростом температуры эта разность становится отрицательной (исходная энтропия циклического процесса больше финальной), c_2 меняет знак в силу (13.5.14).

Итак, изменение теплоты (прибавка или убыль) мы получили потому, что в ходе процесса изменялась энтропия, т. е. в круговом процессе участвовала на са-

мом деле термодинамическая энергия. Прямой перевод теплоты в механическую энергию и обратно, как мы помним, происходит без потерь, что находится в полном соответствии с первым началом термодинамики. Сказанное полностью относится и к циклу Карно, в котором холодильник нужен именно для того, чтобы термодинамическую энергию перевести в теплоту.

VI. Излучение абсолютно черного тела

В анализе этой проблемы, определившей лицо физики на много десятилетий, важную роль играют два типа энергии, рассмотренных нами. Это тепловая энергия колебания термодинамических зарядов $\hbar\omega$ и энергия поверхностного движения электрических зарядов kT . Обе эти энергии фигурируют в формуле Планка, описывающей спектральную плотность энергетической светимости абсолютно черного тела

$$f_{\omega} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \frac{\hbar\omega}{\exp\left\{\frac{\hbar\omega}{kT}\right\} - 1}. \quad (13.6.1)$$

Напомним некоторые данные по электрону из предыдущих параграфов. Считается, что частицы эфира, зачерчивающие тор электрона, совершают два движения. Вращение по большей окружности, задающей тор, определяет электрический заряд, а вращение по меньшей окружности – термодинамический заряд \hbar . Радиус большей окружности, задающей тор

$$r_0 = 3.8616 \times 10^{-13} \text{ м}. \quad (13.6.2)$$

Поверхность круга, задаваемого радиусом большей окружности тора, будет

$$\pi r_0^2 = 4.6847 \times 10^{-25} \text{ м}^2. \quad (13.6.3)$$

Квадрат радиуса r_0^2 обозначим через λ_0 , и будем называть площадью термодинамической волны. Тогда энтропия (волновое число) определится равенством

$$L_0 = \frac{1}{\lambda_0} = 6.7061 \times 10^{24} \frac{\text{рад}}{\text{м}^2}. \quad (13.6.4)$$

Угловая скорость вращения радиуса большей окружности тора электрона

$$\omega_0 = 7.7634 \times 10^{20} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (13.6.5)$$

Она совпадает с комптоновской угловой скоростью электрона.

Масса электрона взята из опыта

$$m_e = 9.1094 \times 10^{-31} \text{ кг}, \quad (13.6.6)$$

а заряд электрона

$$m_e \omega_0 = 7.072 \times 10^{-10} \frac{\text{кг} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (13.6.7)$$

Последняя величина уже встречалась нам выше (равенство (13.2.2)). Отметим, что

$$r_0 \omega_0 = c, \quad c^2 = \lambda_0 \omega_0^2, \quad (13.6.8)$$

где c – скорость света в свободном эфире. Термодинамический заряд

$$\hbar = \lambda_0 \omega_0 m_e = 1.045 \times 10^{-34} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{рад}}. \quad (13.6.9)$$

Отметим заодно, что радиус меньшей окружности тора электрона в 2 раза меньше большего, а угловая скорость его вращения в 2 раза больше. Так что спин электрона равен $\hbar/2$.

Вернемся к равенству (13.6.1), которое описывает спектральную плотность энергетической светимости абсолютно черного тела с частотой (теплотой) ω . Учитывая выписанные соотношения, получим

$$f_{\omega,L} = \frac{\omega^3 L_0}{4\pi^2 \omega_0^2} \frac{\hbar}{\exp\left\{\frac{L}{L_0}\right\} - 1}. \quad (13.6.10)$$

Здесь $L = \omega/T$ – удельная энтропия термодинамической волны $L_0 = \omega_0/T_0$.

Температура T_0 играет в волновой термодинамике ту же роль, что скорость света в электродинамике.

$$T_0 = \frac{\omega_0}{L_0} = 1.147 \times 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{рад}} = 5.9299 \times 10^9 \text{ К}. \quad (13.6.11)$$

После перехода именно этого рубежа начинаются эффекты, меняющие знак в утверждениях второго начала и приведшие к необходимости введения отрицательных температур, начинающихся за бесконечно большой положительной температурой, о чем говорилось выше. Эксперименты последних лет [56] свидетельствуют, что условием возрастания энтропии является не только достижение температуры T_0 , что важно для всех веществ, т. к., по-видимому, связано со свойствами эфира, но для некоторых веществ это свойство проявляется и для низких температур. Формула (13.6.10) есть следствие представления о термодинамической волне (13.3.7). Она проясняет физический смысл отношения $\hbar\omega/kT$. Это отношение энтропий в полевом смысле, т. е. энтропия определяется для каждой частоты (теплоты) ω и каждой поверхностной скорости (температуры) T_p , порожденной каждой частицей. Другими словами в формуле Планка должна

фигурировать фазовая поверхностная скорость волны, а не групповая, т. е. не температура, как ее понимают в современной термодинамике. Групповая скорость (температура в привычном смысле) может появиться только как среднее после интегрирования плотности f_ω по ω . Так что когда Планк говорил о дискретных энергиях, он должен был иметь в виду энергию колебаний отдельных термодинамических зарядов $\hbar\omega$, а не электрических осцилляторов. Электродинамическая интерпретация сильно затруднила понимание его формулы. Поэтому подчеркнем, что формула (13.6.10) говорит об излучении термодинамического, а не электрического поля. Поэтому так трудно было Планку объяснить наблюдаемые факты колебаниями электрических зарядов. Поэтому ему пришлось сделать предположение о дискретности энергий. Заметим, что эта дискретность в его формуле (13.6.1) отсутствует. В действительности колеблются термодинамические заряды \hbar , а электрические заряды движутся с поверхностной скоростью T_p . Отношение этих процессов и приводит к отсутствию ультрафиолетовой катастрофы, а сами процессы объединяет энтропия.

Теплоту ω в формуле (13.6.9) можно выразить через энтропию и температуру. Получим

$$f_{S,T} = \frac{T^3 L^3}{4\pi^2 T_0^2 L_0} \frac{\hbar}{\exp\left\{\frac{L}{L_0}\right\} - 1}. \quad (13.6.12)$$

Иногда от частотного вида формулы (13.6.1) переходят к выражению для длины световой волны, используя соотношение (13.3.2). Из сказанного следует, что такой переход некорректен. Воспользовавшись соотношениями (13.3.7) и (13.6.4) для термодинамической волны, от частотно-энтропийной формы (13.6.10) можно перейти к ее температурно-площадной форме. Получим

$$f_{\lambda,T} = \frac{T^3 \lambda_0}{4\pi^2 T_0^2 \lambda^3} \frac{\hbar}{\exp\left\{\frac{\lambda_0}{\lambda}\right\} - 1}. \quad (13.6.13)$$

Но λ – здесь уже не длина световой, а площадь термодинамической волны, T – температура излучения.

Некорректно также от формулы Вина

$$f_{\omega,T} = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right) \quad (13.6.14)$$

переходить к зависимости от световой волны

$$\mu = \frac{c}{\omega} \quad (13.6.15)$$

при получении «экстремальной формулы», называемой формулой смещения

Вина

$$\mu_{\max} T = \text{const.} \quad (13.6.16)$$

На практике она, впрочем, и не работает.

Важнейшая проблема, которая встала перед исследователями в связи с излучением абсолютно черного тела, был неполный переход внутренней энергии нагретого тела в равновесное излучение: намного большая часть энергии сохранялась внутри. Именно в этой связи пришлось декларировать отказ от классической механики.

С полевой точки зрения надо не отказываться от классической механики, а дополнить ее представлением о поверхностном движении. Внутренняя энергия нагретого тела – это термодинамическая энергия движения термодинамических зарядов $\hbar T$. Ее размерность $\text{кг}\cdot\text{м}^4/\text{с}^2$. Переход ее в привычные виды энергии размерности $\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}^2$ определяется изменением энтропии и частоты (теплоты) (13.6.10) или же, что то же самое, температуры и площади термодинамической волны (13.6.13). Формулы (13.6.10) и (13.6.13) задают условия, при которых переход термодинамической энергии в традиционную и обратно происходит без потерь (без компенсации), т. е. циклический процесс является равновесным. Дальнейшего перехода не происходит, не происходит и больших затрат термодинамической энергии: процесс для этого должен стать неравновесным, а это бы противоречило первому началу термодинамики, энергия бы не сохранялась.

VII. Парадокс Гиббса

Полевой подход, в частности, снимает парадоксальность известного рассуждения Гиббса ([50], стр. 80). Утверждение состоит в следующем: «Энтропия смеси идеальных газов равна сумме энтропий этих газов, когда каждый из них в отдельности занимает при температуре смеси тот же объем, что и вся смесь».

Анализируя парадокс, автор учебника [50], стартует с обычных формул для логарифмической зависимости идеального газа от температуры T и объема V . И получает для смеси одного моля идеального газа типа 1 и одного моля идеального газа типа 2 приращение энтропии после их смешивания

$$\Delta S = 2kN \ln 2, \quad (13.7.1)$$

где k – постоянная Больцмана, N – число Авогадро.

Парадокс усматривается в том, что возрастание энтропии при смешивании двух идеальных газов зависит только от количества молей газов, но не зависит от их природы. Считается, что при смешивании двух идентичных газов увеличения энтропии не должно быть, т. к. при удалении разделяющей перегородки никакого термодинамического процесса не происходит. Таким образом, получается, что смешивание двух идентичных газов нельзя рассматривать как предельный случай смешивания двух различных газов.

С полевой точки зрения эти рассуждения некорректны с самого начала. То, что энтропия в равенстве (13.7.1) удваивается понятно: число частиц удвоилось,

но ведь именно частицы идеального газа являются носителями фиксированного количества энтропии, а не объем. Так что вопросы вызывает не удвоение энтропии, а появление логарифма в (13.7.1).

Проведем это рассуждение более подробно. Полевая точка зрения состоит в следующем.

Для двух различных типов идеальных газов имеем

$$Q_1 = N_1 S_0 T_1, \quad (13.7.2)$$

$$Q_2 = N_2 S_0 T_2. \quad (13.7.3)$$

Если $T_1 = T_2 = T$, $N_1 = N_2 = N$ (случай двух одинаковых количеств идеальных газов при постоянной температуре), то

$$Q_1 + Q_2 = 2NS_0T \Rightarrow \frac{Q_1 + Q_2}{NT} = S_0 + S_0 = 2S_0, \quad (13.7.4)$$

$$Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow \frac{Q_1 - Q_2}{NT} = S_0 - S_0 = \Delta S = 0. \quad (13.7.5)$$

Сумма энтропий равна энтропии суммы, разность энтропий равна нулю.

Причина в том, что теплота в данном случае никак не зависит от объема, в котором происходит процесс, а только от количества частиц. Парадокс исчезает: энтропия смеси двух идентичных газов равна сумме энтропий этих газов. И эта сумма не зависит от того, в каких объемах эти частицы находились. Так что логарифм в (13.7.1) должен исчезнуть, т. е. выполняться равенство (13.7.4).

Однако остается проблема понимания. Современная термодинамика связывает энтропию с расположением частиц ансамбля и считает невозможным приписывание этого свойства отдельной частице.

Полевая точка зрения исходит из того, что движущаяся частица создает термодинамическую волну и отождествляет термодинамические свойства частицы с теплотой, температурой и энтропией этой волны.

В случае идеального газа термодинамическая волна, создаваемая ансамблем частиц, равна сумме волн, создаваемых отдельными частицами.

Утверждение Гиббса приходится упростить: энтропия двух объемов идеального газа равна сумме энтропий этих газов и не зависит от объемов, в которых они находились до смеси и объема, в котором они находятся после смешивания.

§ 14. ЦИКЛЫ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОГО ПОЛЯ

I. Введение

Выводы из анализа цикла Карно стали существенным препятствием для инженеров в их практической деятельности по оптимизации работы различного рода тепловых двигателей. Анализ термодинамики с полевой точки зрения, предложенный в предыдущем параграфе, привел к необходимости пересмотра и

иного понимания ряда проблем термодинамики и квантовой механики. Естественно возникает вопрос о ревизии соображений, лежащих в основе рассуждений в цикле Карно. Что представляется странным *a priori*?

Хотя все разговоры при описании цикла ведутся о теплоте, главным результатом оказывается формула коэффициента полезного действия, в которой фигурирует только начальная и конечная температуры.

При ближайшем рассмотрении оказывается, что эта проблема не только цикла Карно, но и всей современной термодинамики. Корни ее лежат в первоначальном периоде развития термодинамики как науки. Тогда речь шла об исследовании взаимосвязи трех объектов: теплоты, которую связывали с представлением о теплороде, температуры, которую связывали с ощущениями «горячо – холодно» и неким коэффициентом, который переводит теплоту в температуру. Этот коэффициент был назван энтропией. Потом выяснилось, что представление о теплороде не согласуются с некоторыми экспериментами. Вместо того чтобы это представление модифицировать, от него вообще отказались. Так понятие теплоты осталось вообще неясным, хотя уже существовало и оправдывалось в эксперименте известное уравнение в частных производных, описывающее распространение теплоты, т. е. теплорода.

На эту проблему наложилась еще одна. В экспериментах фигурировал газ. И абстрактное понятие тепловой энергии связали с характеристиками газа:

$$w = pV. \quad (14.1.1)$$

Здесь w – тепловая энергия, p – давление, а V – объем газа. Казалось бы, отсюда следует, что тепловой дифференциал

$$dw = pdV + Vdp \quad (14.1.2)$$

является полным. Однако в экспериментах обычно учитывалось только первое слагаемое справа в (14.1.2). По этой, а также по ряду других исторических причин тепловую энергию стали считать нелокальной функцией, а чтобы это учесть, стали писать вместо dw вариационный дифференциал δw . Заметим, кстати говоря, что такая функция не может удовлетворять уравнению в частных производных. В лучшем случае она может быть решением некоторого вариационного уравнения.

По-видимому, эта проблема была унаследована от еще более древней проблемы, затрудняющей механические исследования и до наших дней.

Хотя работа в механике определяется как произведение силы на путь

$$A = \mathbf{F} \cdot \mathbf{l}, \quad (14.1.1a)$$

где A – работа, \mathbf{F} – сила, а \mathbf{l} – путь, приращение работы определяется как произведение силы на приращение пути

$$\delta A = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}, \quad (14.1.2a)$$

хотя, конечно, дифференциал работы естественно было бы рассматривать как полный:

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} + \mathbf{l} \cdot d\mathbf{F}. \quad (14.1.2б)$$

Положение дел с температурой оказалось несколько лучше. Было принято третье начало термодинамики, фактически аксиоматизирующее существование температуры, была определена четкая процедура ее измерения. Положение дел было признано удовлетворительным по принципу: если умеем измерять, значит и понимаем суть дела.

Непонимание физической сути теплоты ликвидировали, определив ее как линейную функцию температуры. Таким образом, в современной физике теплота фактически является известной функцией температуры: зная, сколько градусов, мы уже знаем, сколько калорий и обратно. Но тогда нелокальная функция – теплота ω не может быть линейной функцией температуры. Недаром в литературе упомянутое уравнение теплопроводности все чаще называют уравнением температуропроводности, хотя это по упомянутому определению возможно только при постоянной энтропии, т. е. в равновесном процессе. Поэтому, когда энтропию определяют как

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (14.1.3)$$

где δQ – вариационный дифференциал теплоты, T – температура, а dS – локальный дифференциал энтропии, положение совершенно запутывается. Ведь мы даже не можем поставить термодинамическую задачу. Для этого нам надо иметь три независимых определения: теплоты, температуры и энтропии. А первые два понятия здесь связаны.

Напомним факты из предыдущего параграфа.

Будем говорить, что процесс естественно изотермичен, если для него выполняется условие

$$\omega = T_g L, \quad (14.1.4)$$

где ω – теплота, передаваемая полю, L – энтропия поля, $T_g = \text{const}$ – групповая скорость термодинамической волны (групповая температура).

Условие постоянства групповой температуры T_g фактически означает, что вся теплота, переданная полю, уходит на увеличение энтропии. Типичным примером является переход воды в пар и обратно. Так что T_g фактически характеризует среду, в которой происходит процесс, точнее границу различных состояний этой среды.

Но перед тем как перейти в пар, вода длительное время испытывает нагревание, при этом изменяется фазовая скорость поля. Групповая скорость термодинамического поля с фазовой связана соотношением

$$T_g = T + L \frac{dT}{dL}. \quad (14.1.5)$$

В отличие от групповой температуры, фазовая температура T зависит от энтропии. Решение уравнения (14.1.5) имеет вид

$$T = T_g + \frac{\nu}{L}, \quad (14.1.6)$$

где ν – постоянная, характеризующая процесс, и имеющая размерность удельной теплоты. Зависимость T от энтропии делает необходимым в изотермических процессах для сохранения температуры постоянной использовать термостат, который, увеличивая ν в (14.1.6), компенсирует увеличение энтропии и поддерживает T постоянной в реальных процессах. Перепишем (14.1.6) в другом виде

$$L(T - T_g) = \nu. \quad (14.1.7)$$

Если $S > 0$ и $T < T_g$, то ν – отрицательно, процесс требует подпитки, поле поглощает энергию. Если же $T > T_g$, то ν – положительно, поле выделяет энергию, если среда не изменила свою структуру (вода еще не перешла в пар). Если же структура изменилась (вода в пар перешла), то T_g увеличивается до некоторого нового значения, когда начинается перестройка и этой новой среды (пара). Из (14.1.7) следует, что ν становится равной нулю при $T = T_g$: ни поглощения, ни выделения теплоты дополнительно не происходит.

Но в ходе самого процесса энтропия меняется. Пусть она изменилась от L_2 до L_3 . При этом изменяется и ν от некоторого значения ν_2 до ν_3 . Вместо (14.1.7) мы тогда получим

$$(L_2 - L_3)(T - T_g) = \nu_2 - \nu_3. \quad (14.1.8)$$

Если не оговорено противное, будем считать, что

$$T \leq T_g. \quad (14.1.9)$$

Тогда из (14.1.8) следует, что если $L_3 > L_2$, то $\nu_2 > \nu_3$, т. е. $(\nu_2 - \nu_3) > 0$. Уменьшая энтропию, мы увеличиваем переход энергии в поле.

II. Полевые циклы

Полевые представления дают нам возможность в полевых терминах рассмотреть цикл, аналогичный циклу Карно.

Цикл Карно, как известно, состоит из четырех частей: двух адиабатических и двух изотермических. Рассмотрим его полевой аналог на рис. 14.2.1.



Рис. 14.2.1. Полевой цикл

Мы стартуем из состояния с теплотой ω_1 , которое в силу полевого уравнения (13.3.7) описывается температурой T_1 и энтропией L_1 , и переводим это состояние адиабатически в состояние T_2L_2 . При этом по определению адиабатического процесса мы остаемся в том же тепловом состоянии ω_1 , но температура и энтропия при этом, конечно, меняются. Для определенности будем считать, что мы повысили температуру, т. е. $T_2 > T_1$. Сделать это мы могли только за счет уменьшения энтропии, т. е. неизбежно $L_2 < L_1$, если $T_2 > T_1$. Теперь изотермически переходим в другое тепловое состояние

$$\omega_2 = T_2L_3. \quad (14.2.1)$$

Температура у нас в ходе процесса была постоянной, но энтропия изменилась (стала L_3), соответственно и теплота

$$\omega_2 \neq \omega_1. \quad (14.2.2)$$

Затем адиабатически вернемся к температуре T_1 . Энтропия примет некоторое значение L_4 , но теплота останется равной ω_2 . Чтобы завершить процесс, нам остается при постоянной температуре T_1 энтропию L_4 сделать равной L_1 . Постараемся понять, что мы приобрели и что потеряли по ходу дела.

Для этого вернемся к первому изотермическому процессу. Изменение теплоты описывается равенством (14.1.8), где вместо T должно стоять T_2 : для того, чтобы поле поглотило меньше теплоты, т. е. $(v_2 - v_3)$ было больше нуля, должна возрасти энтропия, т. е. $(L_2 - L_3)$ должно быть меньше нуля, или, что то же самое, $L_3 > L_2$. Наблюдение этого факта в экспериментах и привело к формулировке второго начала: энтропия возрастает.

Перейдем ко второму изотермическому процессу. Имеем

$$(L_4 - L_1)(T_1 - T_g) = v_4 - v_1. \quad (14.2.3)$$

Если $(L_4 - L_1) < 0$ (энтропия в ходе процесса увеличилась), тогда $(v_4 - v_1) > 0$ (теплота уменьшилась) и симметрично.

Заметим, что между энтропиями двух рассмотренных изотермических процессов имеются взаимосвязи:

$$L_1 = \frac{T_2 L_2}{T_1}, \quad L_4 = \frac{T_2 L_3}{T_1}. \quad (14.2.4)$$

Так что (14.3.3) мы можем переписать так

$$(L_4 - L_1)(T_1 - T_g) = -\frac{T_2}{T_1}(L_2 - L_3)(T_1 - T_g) < 0, \quad \text{т. е. } L_4 > L_1. \quad (14.2.5)$$

На втором изотермическом участке мы отдаем полю тепла больше, чем на первом, поскольку энтропия в этом процессе уменьшается. Скажем это же по-другому. На первом участке мы отдаем меньше, поскольку скорость теплового перехода в поле убывает с ростом энтропии. На втором изотермическом участке энтропия убывает, приращение теплоты соответственно увеличивается. Действительно, сравним приращение (14.2.5) с приращением в первом изотермическом процессе:

$$(L_2 - L_3)(T_2 - T_g) > 0. \quad (14.2.6)$$

Сложив (14.2.5) и (14.2.6), получим суммарную величину теплоты, перешедшей в поле на двух изотермических этапах:

$$\varepsilon = (L_2 - L_3)(T_2 - T_g) - \frac{T_2}{T_1}(L_2 - L_3)(T_1 - T_g) = (L_2 - L_3)T_g \left[\frac{T_2 - T_1}{T_1} \right]. \quad (14.2.7)$$

Вместо (14.2.4) мы, конечно, могли написать

$$L_2 = \frac{L_1 T_1}{T_2}, \quad L_3 = \frac{L_4 T_1}{T_2}. \quad (14.2.4a)$$

Тогда бы вместо (14.2.5) мы получили бы

$$(L_2 - L_3)(T_2 - T_g) = -\frac{T_1}{T_2}(L_4 - L_1)(T_2 - T_g). \quad (14.2.5a)$$

И для ε получим другое выражение:

$$\varepsilon = (L_4 - L_1)(T_1 - T_g) - \frac{T_1}{T_2}(L_4 - L_1)(T_2 - T_g) = (L_4 - L_1)T_g \left[\frac{T_1 - T_2}{T_2} \right]. \quad (14.2.7a)$$

В (14.2.7) ε выражается через изменение энтропии на первом изотермическом участке, а в (14.2.7a) – на втором, ε имеет размерность теплоты и $\varepsilon < 0$. Этот показатель характеризует теплоту, переданную полю. Эта часть всей энергии, полученной из внешней системы.

Рассмотрим обратный цикл на рис. 14.2.2.

Так же, как и в прямом цикле, получим

$$\mathfrak{e} = (L_1 - L_4)T_g \left[\frac{T_2 - T_1}{T_1} \right] > 0. \quad (14.2.7б)$$

Так что наш цикл обратим, и поглощенная (отданная) полем энергия в прямом и обратном циклах совпадают по модулю.

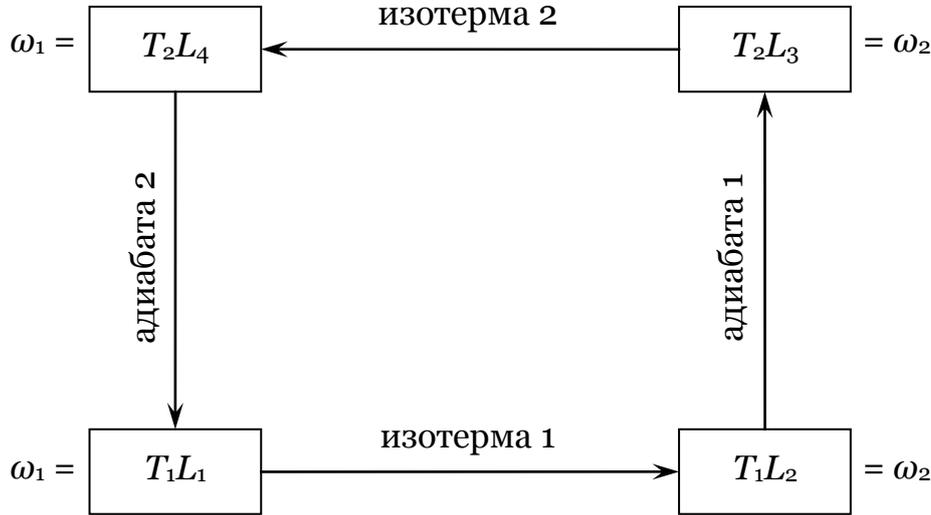


Рис. 14.2.2. Обратный полевой цикл

Мы стартовали с теплоты ω_1 , а пришли к теплоте ω_2 . $(\omega_2 - \omega_1)$ – это теплота, участвующая в цикле. Она была передана рабочему телу от внешней системы. Теплота \mathfrak{e} – это теплота, поглощаемая (отдаваемая) полем. Коэффициент полезного действия

$$\theta = \frac{|\mathfrak{e}|}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (14.2.8)$$

Подставляя данные из первого изотермического процесса, получим

$$\theta = \frac{(L_2 - L_3)T_g(T_2 - T_1)}{T_1T_2(L_2 - L_3)} = \frac{T_g(T_2 - T_1)}{T_1T_2} = \frac{T_g}{T_1} \left[\frac{(T_2 - T_1)}{T_2} \right]. \quad (14.2.9)$$

θ характеризует отношение тепла, переданного полю, к затратам. В квадратных скобках мы специально выделили выражение, характеризующее цикл Карно, чтобы подчеркнуть отличие полученной формулы от традиционной. Коэффициент при квадратной скобке больше единицы, так что и все выражение (14.2.9) может быть больше единицы. Условием этого является выполнение неравенства

$$T_g \geq \frac{T_1T_2}{(T_2 - T_1)}. \quad (14.2.10)$$

Из анализа соответствующих частных производных получаем, что выраже-

ние справа от знака неравенства является возрастающей функцией T_1 и убывающей функцией T_2 . С инженерной точки зрения мы заинтересованы в том, чтобы найти среду, для которой возможно выполнение неравенства (14.2.10). Для проверки такой возможности надо взять $T_2 = T_g$ и минимально возможную для данной среды T_1 . В частности, для воды надо взять $T_2 = T_g = 373^\circ$, $T_1 = 273^\circ$. Получим

$$\frac{T_1 T_2}{(T_2 - T_1)} = \frac{373 \cdot 273}{100} > 373. \quad (14.2.11)$$

Значит для воды невозможно превышение единицы коэффициентом полезного действия. Но существуют ли среды, для которых это возможно?

Несколько упростим условие (14.2.10), учитывая сказанное, а именно: положим $T_2 = T_g^{max}$, $T_1 = T_g^{min}$, где $T_2 = T_g^{max}$ – верхняя, а $T_2 = T_g^{min}$ – нижняя граничные температуры. Тогда условие (14.2.10) примет вид:

$$\frac{T_g^{min}}{T_g^{max} - T_g^{min}} \leq 1. \quad (14.2.12)$$

Выполнение этого неравенства возможно, если

$$T_g^{max} \geq 2T_g^{min}. \quad (14.2.13)$$

III. Сравнение с циклом Карно

Цикл Карно состоит из двух адиабатических и двух изотермических процессов. В координатах T, S его изображают следующим образом

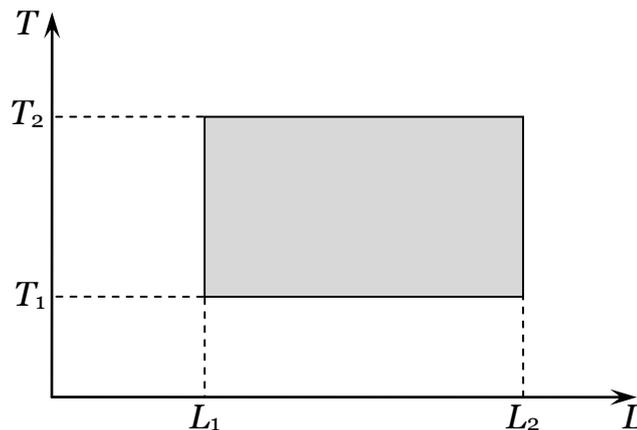


Рис. 14.3.1. Цикл Карно

Считается, что площадь зачерченного прямоугольника – это полезная работа в ходе цикла, а площадь прямоугольника $T_2(L_2 - L_1)$ – это теплота, переданная машине.

Термический коэффициент цикла Карно находят следующим образом

$$\eta = \frac{(T_2 - T_1)(L_2 - L_1)}{T_2(L_2 - L_1)} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2}. \quad (14.3.1)$$

Разберем вопрос более подробно.

Прямоугольник на рис. 14.3.1 получается потому, что адиабатный процесс считается изоэнтропийным, а температура в изотермическом процессе считается независимой от энтропии. Все эти предположения при полевом анализе оказываются неверными.

1. Из уравнения термодинамической волны (13.3.7) следует, что, после того как мы зафиксировали некоторое значение теплоты ω_0 (условие адиабатичности), мы не можем фиксировать значение энтропии L_0 : тогда в силу (14.2.1) сразу зафиксирована температура T_0 и процесс прекратится. Поэтому увеличивая на рис. 14.2.1 температуру T_1 до температуры T_2 вдоль адиабаты 1, мы неизбежно должны уменьшить энтропию L_1 до энтропии L_2 . Симметрично проходит процесс вдоль адиабаты 2: уменьшая температуру T_2 до температуры T_1 , мы неизбежно должны увеличить энтропию L_3 до энтропии L_4 .

2. Аналогичная картина наблюдается и в изотермических процессах. В них постоянной остается только граничная температура T_g . Фазовая же температура обратным образом зависит от энтропии (формула (14.1.6)). Чтобы удерживать постоянную температуру, нам надо компенсировать увеличение энтропии дополнительной теплотой. На практике это делается с помощью термостата. Но тогда на рис. 14.3.1 должна появляться третья координата, на которой должна найти отражение такая подпитка теплотой.

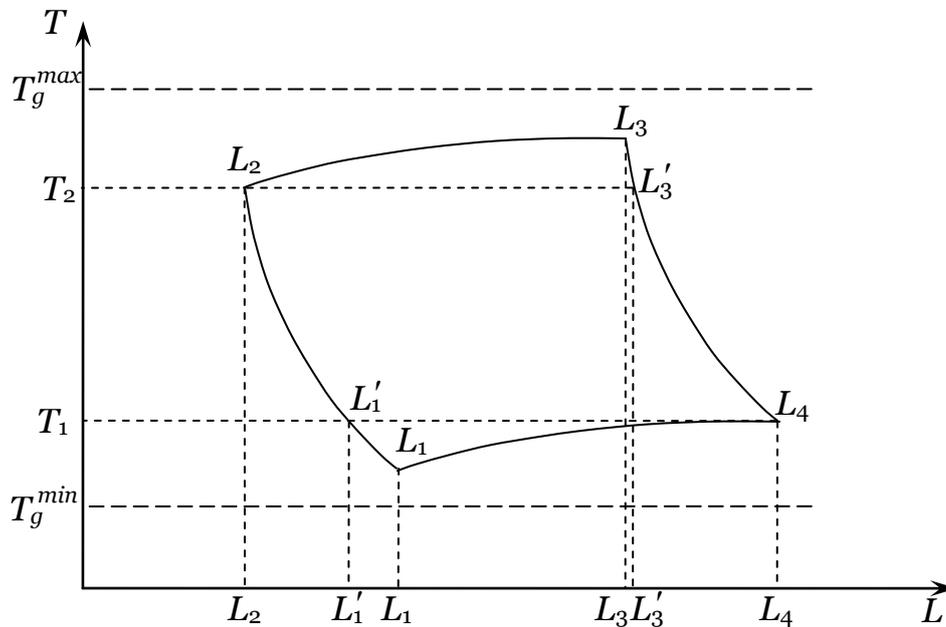


Рис. 14.3.2. Полевой цикл в координатах T, L

Окончательно: полевой цикл в координатах T, S представлен на рис. 14.3.2.

Вместо прямой, точки L_1 и L_2 , как и точки L_3 и S_4 , соединяет часть гиперболы. Если в изотермическом процессе не задействован термостат, то фазовая температура не будет сохраняться и реальный процесс перейдет из L_2 не в L'_3

(показано прямой штриховой линией), а в L_3 ближе к T_g . Симметрично второй изотермический процесс перейдет в L_1 , а не в L'_1 (подальше от T_g). Именно эти отличия рис. 14.3.2 от рис. 14.3.1 и описывает формула (14.3.2).

IV. Повторим кратко сказанное

Выше мы проанализировали возможности оптимизации потерь в круговом цикле, отметив, что наличие изотермического процесса, в котором мы уменьшаем энтропию (в прямом цикле это второй изотермический процесс), вносит самый большой вклад в поглощение теплоты полем.

1. Так может быть, нам ограничиться незамкнутым циклом? В терминах цикла Карно, может быть нам обойтись без холодильника?

Полевой смысл такой задачи состоял бы в извлечении энергии прямо из поля, например, из океана. Сейчас, когда мы понимаем точный физический смысл теплоты и энтропии, такая задача не кажется фантастической. Но предварительно она потребует значительных прикладных исследований.

2. Выше было рекомендовано работать на граничной температуре T_g . Проблема в том, что при граничной температуре меняется структура среды. Поэтому большой интерес представляют среды, в которых теплота полностью переходит в температуру при фиксированной энтропии. Такая среда известна – это идеальный газ. Переход через граничную температуру эфира дал бы возможность извлекать энергию непосредственно из эфира. Однако скалярной теории термодинамического поля, развитой в настоящей главе, для этого недостаточно. Нужна векторная, а точнее тензорная теория поля, на появление которой, впрочем, автор рассчитывает в обозримое время. Конечно, и на этом пути потребуется формирование некоторой экспериментальной программы.

§ 15. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА

I. Основное уравнение

Для электрически нейтрального тела выполняется второй закон Ньютона: сила \mathbf{F} равна массе тела m , умноженной на его ускорение \mathbf{a} :

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}. \quad (15.1.1)$$

Как известно, его, с одной стороны, можно рассматривать как определение силы. С другой стороны в физике используются значительное число иных представлений о силе: сила как градиент потенциала, электродинамические силы и т. д. Поэтому во многих случаях удобно считать, что мы знаем, что такое сила, это понятие дано нам в интуиции как представление о некотором внешнем воздействии на рассматриваемый предмет. Тогда соотношение (15.1.1) естественно рассматривать как описание реакции электрически нейтральной массы m на внешнее воздействие \mathbf{F} : эта масса приобретает ускорение \mathbf{a} .

Современная физика пришла к пониманию необходимости обобщить соот-

ношение (15.1.1), которое в настоящее время выписывают в следующем виде.

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\mathbf{a} + \frac{dm}{dt}\mathbf{v}, \quad (15.1.2)$$

где \mathbf{v} – скорость тела. Производная dm/dt в разных задачах имеет разный физический смысл. Согласно концепции гравитации автора, в задачах электродинамики dm/dt имеет смысл заряда электрона q . Таким образом при анализе движения электрона соотношение (15.1.2) приобретает вид:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} + q\mathbf{v}, \quad (15.1.3)$$

где q – заряд электрона, а \mathbf{v} – его скорость. Здесь первое слагаемое справа от знака равенства описывает реакцию нейтральной массы тела, а второе слагаемое – заряда тела, его «электрическую податливость». Вид этого слагаемого определяется вязкостью среды, в которой происходит движение. Эту среду будем называть эфиром. Однако реакция заряда на внешнее воздействие \mathbf{F} не может ограничиться этим. Встает вопрос: а не будут ли при движении в эфире проявляться инерционные силы среды, как это имеет место при движении в привычных для нас средах? Как известно, эфир обладает омическим сопротивлением: $1/\epsilon_0 c$.

Сама идея о том, что эфир должен оказывать сопротивление движению заряженных тел (и света) высказывалась многими авторами. Среди наиболее последовательных из них упомянем здесь П.Д. Пруссова [29] и Г.А. Шленова [30]. Однако ныне встает вопрос о получении количественной формулы, описывающей это сопротивление. Это мы сейчас и попытаемся сделать.

Будем предполагать, что инерционные силы пропорциональны заряду q , импедансу эфира $1/\epsilon_0 c$ и постоянной ϵ_0 . Далее по соображениям размерности эта сила должна быть пропорциональна квадрату скорости v^2 . Для согласованности с экспериментальными данными коэффициент пропорциональности возьмем равным $1/2$. Окончательно получим:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} + q\mathbf{v} - \frac{qv^2}{2c}\mathbf{e}, \quad (15.1.4)$$

где \mathbf{e} – единичный вектор скорости.

Для упрощения обозначений дальнейшие рассуждения будем проводить в скалярном виде для одной из проекций векторного соотношения (15.1.4). Уравнения для других проекций получается аналогично. После очевидных преобразований получим

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} - \frac{qv}{m} + \frac{qv^2}{2mc}. \quad (15.1.5)$$

(15.1.5) является уравнением первого порядка с разделяющимися коэффициентами. Для сокращения записи введем обозначения:

$$\frac{F}{q} = a, -1 = b, \frac{1}{2c} = p.$$

Тогда уравнение (15.1.5) примет вид

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} [a + bv + pv^2]. \quad (15.1.6)$$

Оно, как известно (см. Камке [31], п.4.1б), имеет решение. Если $a + bv_0 + pv_0^2 \neq 0$, то интегральная кривая, проходящая через точку (t_0, v_0) , получается решением относительно V уравнения

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{(a + bv + pv^2)} = \frac{q}{m} \int_{t_0}^t dt. \quad (15.1.7)$$

Если

$$a + bv_0 + pv_0^2 = 0, \quad (15.1.8)$$

то прямая

$$v = v_0 \quad (15.1.9)$$

есть решение.

Начнем с анализа решения вида (15.1.9). Решение уравнения (15.1.8)

$$v_0 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ap}}{2p},$$

а с учетом принятых обозначений

$$v_0 = c(1 \pm \sqrt{1 - 2F/qc}). \quad (15.1.10)$$

Вещественное решение этого уравнения существует, если

$$1 - 2F/qc \geq 0, \quad (15.1.11)$$

т. е. если F достаточно мала. По физическим соображениям в равенстве (15.1.10) из двух знаков «плюс» и «минус» надо взять «минус».

Пара (v_0, F) , являющаяся решением уравнения (15.1.10), имеет прозрачный физический смысл: F – это сила, сохраняющая v_0 , т. е. под действием этой силы электрон движется с постоянной скоростью v_0 . Таким образом, движение электрона не удовлетворяет первому закону Ньютона. Это движение скорее напоминает движение автомобиля по земле или самолета в воздухе.

Выпишем вид решения уравнения (15.1.7) для случая отсутствия внешней

силы, $F = 0$. Тогда скорость

$$V = \frac{cv_0}{\left[v_0 - \exp\left\{ \frac{q}{m} (t - t_0) \right\} (c - v_0) \right]}. \quad (15.1.12)$$

При отсутствии внешней силы F имеющаяся скорость v убывает со временем экспоненциально. Отсюда, в частности, следует, что если к электрону не прикладывать силу, то он остановится и будет покоиться относительно эфира так же, как автомобиль с заглушим двигателем покоится относительно земли.

II. Случай 1 – $2F/qc > 0$. Досветовое движение

Вернемся к решению, задаваемому интегралами (15.1.7). Если неравенство (15.1.11) выполняется строго, то решение имеет вид

$$V = \frac{\left[c \exp\left\{ \frac{q\tau}{m} (t - t_0) \right\} (v_0 - c(1 + \tau)) (\tau - 1) \right]}{\left[v_0 - c(1 - \tau) - \exp\left\{ \frac{q\tau}{m} (t - t_0) \right\} (v_0 - c(1 + \tau)) \right]} + \frac{c(\tau + 1)(v_0 - c(1 - \tau))}{\left[v_0 - c(1 - \tau) - \exp\left\{ \frac{q\tau}{m} (t - t_0) \right\} (v_0 - c(1 + \tau)) \right]}, \quad (15.2.1)$$

где $\tau = \sqrt{1 - U/c}$; $U = 2F/q$.

Выражение (15.2.1) становится более обзримым для нулевых начальных данных $v_0 = 0$, $t_0 = 0$.

$$v = \frac{2F \left[\exp\left\{ \frac{q\tau}{m} t \right\} - 1 \right]}{q \left[(-1 + \tau) + \exp\left\{ \frac{q\tau}{m} t \right\} (1 + \tau) \right]}. \quad (15.2.2)$$

F – произвольно, оно зависит от нашего выбора. Но в ходе интегрирования силу F мы считали постоянной. Выбрав F , мы тем самым выбираем скорость U .

Как следует из (15.2.2), приобретаемая зарядом q скорость пропорциональна этой скорости U , определяемой приложенной к заряду силой F . При $t = 0$ дробь из квадратных скобок в числителе и в знаменателе имеет вид

$$\frac{e^0 - 1}{2\tau},$$

т. е. она равна нулю. С ростом t эта дробь растет и сходится к единице, после чего электрон сохраняет постоянной скоростью U , определяемую приложенной силой F . Промежуток времени от начала движения до приобретения скорости U есть время разгона, время ускоренного движения электрона. В ходе рассуждений

предполагалось, что

$$1 - U/c > 0 \quad (15.2.3)$$

или, что то же самое, что скорость

$$U = \frac{2F}{q} < c. \quad (15.2.4)$$

Однако, выражение (15.2.2) имеет смысл и в случае, когда в неравенстве (15.2.3) достигается равенство, т. е. в случае, когда

$$U = c. \quad (15.2.5)$$

В этом случае, очевидно, будет достигнута скорость света

$$v = c. \quad (15.2.6)$$

(Зависящие от времени сомножители в числителе и знаменателе сокращаются).

Данный результат согласован и с соотношением (15.1.10). Отметим, наконец, что для достижения определенной скорости существенна именно сила, а, например, не импульс силы. Длительное воздействие с постоянной силой довольно быстро приводит решение (15.2.2) к виду (15.1.10). Скорость становится постоянной. Таким образом большой импульс силы увеличивает пройденный путь, но не гарантирует увеличения скорости сам по себе. То же самое относится к энергии, затраченной на разгон электрона: важен ее градиент, а не совершаемая работа. Приведем несколько численных примеров, поясняющих полученный результат.

Предварительно укажем, что по оценкам автора заряд электрона $q = 7.3 \times 10^{-10}$ кг/с, соответственно $q/m = \omega = 8.1 \times 10^{20}$ Гц имеет смысл угловой скорости вращения массы, создающей электрон.

Пример 1.

Пусть $1 - 2F/qc = 1/4$, т. е. $F = 3/8qc = 0.082$ ньютона на электрон. Тогда

$$v = \frac{4 \cdot 0.041 \cdot 10^{10} [e^{\omega t} - 1]}{7.3 [3e^{\omega t} - 1]} \approx 1.5 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Пример 2.

Пусть $1 - 2F/qc = 0.0137$, т. е. $F = 0.108$ ньютона на каждый электрон. Тогда

$$v \approx 2.06 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Пример 3.

Пусть $1 - 2F/qc = 10^{-6}$, т. е. $v = 0.10948$ ньютона на электрон. Тогда

$$v = 2.99 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

При $F = 0.1095$ ньютона электрон достигнет скорости света.

Силовой корень τ в предлагаемой теории в некотором смысле аналогичен релятивистскому корню. Однако отличается от последнего по крайней мере в одном существенном отношении: его равенство нулю не приводит к физически бессмысленным бесконечностям, а перемена знака под корнем, как мы увидим ниже, просто изменяет характер движения электрона.

III. Случай $1 - 2F/qc < 0$. Сверхсветовое движение

Для этого случая уравнение (15.1.10) уже не будет иметь вещественных решений, и, следовательно, для любой начальной скорости v_0 не будет существовать силы, ее сохраняющей. Однако уравнение (15.1.7) будет иметь решение. Его левая часть.

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{a + bv + pv^2} = \frac{2}{\sqrt{4ap - b^2}} \operatorname{arctg} \frac{2pv + b}{\sqrt{4ap - b^2}} \Big|_{v_0}^v. \quad (15.3.1)$$

После соответствующих преобразований получим

$$\frac{c\sqrt{U/c-1}(v-v_0)}{c^2(U/c-1) + (v-c) \cdot (v_0-c)} = \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} (t-t_0) \right). \quad (15.3.2)$$

Отсюда

$$v = \frac{[Uc - cv_0] \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} (t-t_0) \right) + cv_0 \sqrt{U/c-1}}{\left[c\sqrt{U/c-1} - (v_0-c) \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} (t-t_0) \right) \right]}. \quad (15.3.3)$$

Для нулевых начальных данных $v_0 = 0$, $t_0 = 0$ получим

$$v = \frac{2F \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} t \right)}{q \left[\sqrt{U/c-1} + \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} t \right) \right]}. \quad (15.3.4)$$

Сверхсветовая скорость v колеблется возле выбранной средней скорости U .

Для начальных данных $v_0 = c$, $t_0 = 0$. Имеем

$$v = c + c\sqrt{U/c-1} \operatorname{tg} \left(\frac{q\sqrt{U/c-1}}{2m} t \right). \quad (15.3.5)$$

Отметим, что, если силовой корень τ равен нулю, т. е. $U = c$, то из соотношения (15.3.3) следует, что $v = c$.

Таким образом, досветовое и сверхсветовое движение электрона согласовано при переходе светового барьера.

Математически тангенс терпит разрыв второго рода. Физически точкам разрыва соответствуют моменты излучения. Так что движение с «околосветовой скоростью» выглядит следующим образом: электрон проскакивает световой барьер, излучает и сваливается на досветовую скорость. При этом средняя скорость может быть сколь угодно близка к скорости света снизу или даже сверху, как, например, в эффекте Черенкова. Отсюда и гипотеза о непреодолимости светового барьера и стремление так или иначе обойти в теории экспериментальные факты этому противоречащие.

Сказанному можно дать гидродинамическую интерпретацию. Скорость света есть критическая скорость обтекания эфиром движущегося электрона. При этой скорости ламинарное обтекание сменяется турбулентным. Создающиеся же вихри воспринимаются нами как излучение.

Найдем кинематическую вязкость эфира. За характерный размер возьмем радиус электрона $r_0 = 3.8 \times 10^{-13}$ м. Тогда число Рейнольдса

$$Re = \frac{cr_0}{\nu}, \quad (15.3.6)$$

где ν – кинематическая вязкость эфира для электрона. Считая, что турбулентность начинается при числах Рейнольдса порядка 2000 получим

$$\nu = 5.7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}. \quad (15.3.7)$$

Считая, что плотность эфира равна 1.74×10^8 кг/м³ (см. предыдущий параграф), получим следующее значение для вязкости

$$\eta = \nu \varepsilon_0 = 10.66 \text{ кг/м} \cdot \text{с}. \quad (15.3.8)$$

Подчеркнем, что все сказанное относится к движению электрического заряда. По отношению к электрически нейтральному телу эфир ведет себя как идеальная жидкость (или близок к этому). Для электрически нейтральных тел, по-видимому, справедлив парадокс Эйлера: эфир не оказывает сопротивления равномерно движущемуся телу. Отсюда и первый закон Ньютона.

Вернемся к формуле (15.1.12). Из нее, как уже отмечалось, следует, что при отсутствии внешней силы скорость электрона убывает со временем экспоненциально от достигнутой скоростью v_0 . Однако это справедливо только, если $v_0 < c$. Если же $v_0 = c$, то из формулы (15.1.12) следует, что при отсутствии внешней силы скорость v электрона остается постоянной и равной c . Данный вывод особенно интересен для сред, где скорость света мала, или, что то же самое $\sqrt{\varepsilon\mu}$ велики. Тогда уже при небольшой скорости движения электронов, будет достигнута скорость света в данной среде, и ток будет самоподдерживаться без внешней силы. Именно это, по-видимому, имеет место в известных случаях сверхпроводимости. Понижение температуры уменьшает скорость света в среде, и тогда

скорости электронов при обычном токе оказывается достаточным для ее достижения.

IV. Повторим кратко сказанное

Предложена модель движения электрона в среде, заполняющей пространство. Этой среде не приписываются какие-то априорные свойства. Об этих свойствах мы узнаем через действие этой среды на движущийся объект.

Так при равномерном движении массивного тела эта среда не оказывает ему сопротивления (первый закон Ньютона). Это означает, что по отношению к массе эта среда, мы назвали ее эфир, ведет себя как невязкая жидкость (парадокс Эйлера). Сила требуется только для ускорения массивного тела.

А вот электрону эта среда оказывает сопротивление уже при равномерном движении. Согласно концепции автора это происходит потому, что электрон – это тороидальное вращение массы. Математически это означает, что масса уже обладает ненулевой производной по времени. Или по-другому: равномерно движущийся электрон – это ускоряющаяся масса, а такой массе среда уже оказывает сопротивление. Полученное дифференциальное уравнение имеет решение, которое описывает не только досветовое, но и сверхсветовое движение.

§ 16. СТРУКТУРА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

I. О магнитном моменте электрона

Напомним, что электрическое поле есть частный случай гравидинамического поля, при этом магнитное поле – одно из проявлений гравидинамического поля. Другими словами наличие магнитного поля у некоторой частицы еще не является признаком наличия у нее электрического поля, а только гравидинамического. Наличие магнитного момента у нейтрона подтверждает эту мысль. Для нас же здесь это означает, что при описании магнитного момента мы не должны его связывать с электрическим полем, а только с гравидинамическим.

Прежде чем перейти к формальным определениям вернемся к вопросу о механических размерностях исследуемых величин. В современной физике магнитный момент небольшой петли с током определяется как псевдовектор, направленный по нормали к плоскости петли и по модулю равный:

$$M = IS, \quad (16.1.1)$$

где I – это ток в петле, а S – ее площадь. Поскольку ампер в механической системе единиц имеет размерность $\text{кг}\cdot\text{рад}/\text{с}^2$, то выражение (16.1.1) имеет размерность энергии или скорее момента силы $\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{рад}/\text{с}^2$.

Магнитный момент электрона в атоме водорода ныне определяется как псевдовектор:

$$\tilde{\mathbf{M}}_e = \frac{\mu_0}{2} e(\mathbf{u} \times \mathbf{r}), \quad (16.1.2)$$

где μ_0 – магнитная постоянная, e – заряд электрона, \mathbf{u} – его скорость движения по боровской орбите, \mathbf{r} – радиус-вектор. Считая, что

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} = \frac{\hbar}{m_e} \quad (16.1.3)$$

получают, что

$$\tilde{M}_e = \frac{\mu_0}{2} \frac{e}{m_e} \hbar = 1.15 \times 10^{-29} \text{ В} \cdot \text{м} \cdot \text{с}. \quad (16.1.4)$$

Учитывая данные Таблицы 1, в механических размерностях получим:

$$\tilde{M}_e = 2.6402 \times 10^{-39} \text{ м}^3. \quad (16.1.5)$$

Отличие от размерностей в (16.1.1) получилось из-за того, что в определение (16.1.2) введена магнитная постоянная μ_0 . Деля (16.1.5) на μ_0 , получим:

$$\bar{M}_e = \frac{e}{2m_e} \hbar = 4.0936 \times 10^{-14} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.1.6)$$

Это магнетон Бора, записанный в механических размерностях. Опыт показывает, что магнитный момент на самом деле чуть больше

$$M_e = 1.0011 \bar{M}_e = 4.0981 \times 10^{-14} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.1.7)$$

Перейдем к предлагаемой модели магнитного момента электрона. Рассмотрим малую окружность тора и припишем ей элементарную массу dm такую, что интеграл по большой окружности тора равен массе электрона, т. е. сумма масс таких окружностей равна массе электрона.

Предположение. Частицы этой массивной элементарной окружности совершают вокруг касательной к этой окружности вращательное движение с угловой скоростью v_e .

Таким образом, поверхность электрона оказывается состоящей из элементарных вихрей, которые удобно представить себе в виде проволоки, намотанной на тор. Другими словами, мы уподобляем электрон тороидальному соленоиду. Отметим, однако, что никакого электрического тока в данном случае нет, если его понимать макроскопически, как движение электронов. Ведь именно отдельный электрон мы и хотим описать сейчас. Не связано это явление и с экваториальным движением массы электрона, задающим его электрический заряд.

Определение. Магнитный момент электрона есть псевдовектор, направленный по нормали к малой окружности тора и по модулю равный произведению v_e^2 на площадь малого круга тора и на массу электрона.

$$M_e = m_e \pi r_e^2 v_e^2. \quad (16.1.8)$$

Здесь мы фактически воспроизводим определение (16.1.1), при этом $m_e v_e^2$ является точным аналогом макроскопического тока, текущего в тороидальной катушке. Из (16.1.7) и (16.1.8) получим:

$$v_e = \pm 6.1978 \times 10^{20} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.1.9)$$

Будем считать, что положительному v_e соответствует параллельность \mathbf{M}_e и спина, а отрицательному – антипараллельность. Сравнение определений (16.1.4) и (16.1.6) объясняет нам, почему магнитный момент электрона не равен в точности магнетону Бора: определение (16.1.4) включает в себя сжимаемость свободного эфира μ_0 , тогда как в промежутках между магнитными вихрями, составляющими поверхность электрона, она должна быть несколько больше:

$$\mu = 1.0011 \mu_0 = 6.4569 \times 10^{-26} \frac{\text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{кг} \cdot \text{рад}^2}. \quad (16.1.10)$$

Используя численную оценку (16.1.9), мы можем найти локальную скорость света в теле тора:

$$c_m = \rho_e v_e = 1.1967 \times 10^8 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.1.11)$$

Сравним это со скоростью вращения малой окружности тора:

$$c_e = \rho_e \Omega_e = 2.9979 \times 10^8 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}, \quad (16.1.12)$$

$$\frac{c_e}{c_m} = 2.5. \quad (16.1.13)$$

Эти численные оценки дают нам возможность найти массовую плотность эфира в промежутках между магнитными вихрями:

$$\varepsilon = \frac{1}{c_m^2 \mu} = 1.0815 \times 10^9 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (16.1.14)$$

Несколько слов о гиромагнитном отношении. В нашем случае

$$\frac{2M_e}{\hbar} = 7.772 \times 10^{20} \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \omega_e, \quad (16.1.15)$$

так что оно просто показывает, что отношение заряда электрона к его массе равно угловой скорости вращения большей окружности тора электрона, что является тривиальным следствием рассуждений первого раздела.

II. Структура протона: экспериментальный подход

В настоящее время у автора нет теоретических обоснований для построения модели протона, поэтому модель протона далее строится по аналогии с моделью электрона, исходя из экспериментальных данных.

В качестве радиуса большей окружности, задающей тор, возьмем комптоновскую длину волны протона

$$r_p = 2.1031 \times 10^{-16} \text{ м.} \quad (16.2.1)$$

Отметим, что r_p в 1836 раз меньше радиуса электрона. Поскольку модуль заряда у протона и электрона одинаков, а масса протона в 1836 раз больше массы электрона, то угловая скорость экваториального вращения протона

$$\omega_p = \omega_e / 1836 = 4.435 \times 10^{17} \text{ рад/с.} \quad (16.2.2)$$

Так что экваториальная скорость частицы, зачерчивающей поверхность протона,

$$v_p = r_p \omega_p = 93.2721 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.2.3)$$

Энергия покоящегося электрона состояла из двух равных частей: кинетической энергии меридионального и экваториального вращений:

$$\frac{1}{2} m_e \left[(\omega_e r_e)^2 + (\Omega_e \rho_e)^2 \right] = \frac{1}{2} m_e (c^2 + c^2) = m_e c^2 = 8.1871 \times 10^{-14} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.2.4)$$

У протона энергия экваториального вращения

$$\frac{1}{2} m_p v_p^2 = 7.2756 \times 10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.2.5)$$

Найдем теперь радиус и угловую скорость меридионального вращения протона.

Из эксперимента известно, что энергия покоящегося протона

$$m_p c^2 = 1.5033 \times 10^{-10} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.2.6)$$

Энергия экваториального вращения протона (16.2.5) составляет пренебрежимо малую часть суммарной энергии протона. Так что мы будем считать, что вся энергия протона определяется его меридиональным вращением:

$$\frac{1}{2} m_p \Omega_p^2 \rho_p^2 = m_p c^2. \quad (16.2.7)$$

Здесь неизвестными являются Ω_p и ρ_p .

Спин электрона определялся как момент количества движения в его мери-

диональном вращении:

$$m_e [\boldsymbol{\rho}_e \times (\boldsymbol{\Omega}_e \times \boldsymbol{\rho}_e)] = m_e \rho_e^2 \boldsymbol{\Omega}_e = \frac{1}{2} \mathbf{h}. \quad (16.2.8)$$

Из эксперимента известно, что спин протона также равен $\frac{1}{2}\mathbf{h}$. Так что для нахождения второго неизвестного в (16.2.7) получаем второе уравнение

$$m_p [\boldsymbol{\rho}_p \times (\boldsymbol{\Omega}_p \times \boldsymbol{\rho}_p)] = m_p \rho_p^2 \boldsymbol{\Omega}_p = \frac{1}{2} \mathbf{h}. \quad (16.2.9)$$

Из (16.2.7) и (16.2.9) получаем, что радиус меньшей окружности:

$$\rho_p = 7.4355 \times 10^{-17} \text{ м}, \quad (16.2.10)$$

а угловая скорость меньшей окружности:

$$\Omega_p = 5.7019 \times 10^{24} \frac{\text{рад}}{\text{с}}, \quad (16.2.11)$$

что более чем на семь порядков больше ω_p . Отметим, что ρ_p не в два раза, как у электрона, а приблизительно в три раза меньше r_p . При этом скорость вращения малой окружности:

$$u_p = \rho_p \Omega_p = \sqrt{2}c = 4.2397 \times 10^8 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.2.12)$$

Эти отклонения от данных по электрону сказываются и на магнитном моменте, конечно. Экспериментальное значение магнитного момента протона в механических размерностях:

$$M_p = 6.2263 \times 10^{-17} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.2.13)$$

Рассуждая аналогично случаю электрона, для нахождения угловой скорости массивных вихрей на теле протона, используем соотношение:

$$M_p = m_p \pi \rho_p^2 v_p^2, \quad (16.2.14)$$

где m_p – масса протона,

$$v_p = \pm 1.464 \times 10^{21} \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.2.15)$$

Локальная скорость света в промежутках между магнитными вихрями:

$$c_p = \rho_p v_p = 1.088 \times 10^5 \frac{\text{м} \cdot \text{рад}}{\text{с}}. \quad (16.2.16)$$

Причину, по которой (16.2.14) в 2.7928 раз больше предсказываемого нынешней теорией, как и в случае с электроном, естественно усмотреть в том, что сжимаемость эфира в промежутках между магнитными вихрями в это число раз больше сжимаемости свободного эфира, которое фигурирует в современной теории:

$$\mu_p = 2.7928\mu_0. \quad (16.2.17)$$

Соотношения (16.2.16) и (16.2.17) дают нам возможность определить плотность эфира между магнитными вихрями:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{c_p^2 \mu_p} = 1.5393 \times 10^{14} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (16.2.18)$$

Гиромангнитное отношение, как и в случае с электроном, определяет экваториальную угловую скорость вращения тора (16.2.2).

Выражения (16.1.9) и (16.2.15) естественно рассматривать как магнитные заряды электрона и протона. Фактически именно они фигурируют в обобщенных уравнениях Максвелла. Идея Дирака о существовании таких зарядов ныне отрицается на том основании, что между магнитными зарядами не возникает силы, аналогичной силе Кулона. Но между так определенными магнитными зарядами и не должно такой силы возникать (в отличие от «монополей Дирака»). Взаимодействие возникает только между движущимися магнитными зарядами. Полученная нами конструкция объясняет, почему это происходит. В отличие от электрического заряда и спина магнитный заряд не воздействует на внешний эфир: его силовые линии проходят внутри частицы так же, как это имеет место для макроскопического тороидального соленоида. Но в движении элементарные магнитные вихри, составляющие поверхность тора, начинают внешний эфир завихрять, что приводит к появлению силы взаимодействия между движущимися зарядами.

III. Неборовская модель атома водорода

В данном разделе исследуются стоячие волны, порожденные протоном в окружающем эфире. Именно эти волны определяют дискретные спектры оптических электронов и спектры тормозного излучения. Стоячие волны вблизи протона задают ядерные силы.

Напомним, что электрический заряд – начальное условие для электродинамического поля, а масса – одно из двух начальных условий для гравитационного поля, создаваемого электроном и протоном. Если бы мы знали граничные условия для этих полей и второе начальное условие для гравитационного поля, мы бы получили полную физическую картину, создаваемую этими полями в окрестности протона и электрона, а тогда по обобщенным формулам для силы описали бы их взаимодействие.

Но, во-первых, мы в настоящее время не знаем этих граничных условий. Во-

вторых, есть все основания считать, что важнейшую роль в таком взаимодействии играет третье поле. Его некоторые проявления в современной физике рассматриваются в рамках термодинамики и уравнения Шредингера.

Будем это поле называть X -полем. Его уравнения в настоящее время неизвестны, но мы знаем его заряд: это спин. Именно он, судя по всему, определяет грубую картину взаимодействия протона и электрона, тогда как электрическое и гравитационное поля отвечают за нюансы. Задача настоящей статьи – на основе известных экспериментальных фактов дать именно грубое описание явления, отложив некоторые оттенки до лучших времен. Тем не менее, как увидит читатель, и такое описание потребовало существенного переосмысления привычных представлений.

Напомним, что локальная скорость света u_p (16.2.12) в окрестности протона выше скорости света в свободном эфире. Так что в отличие от электрона протон изменяет произведение плотности и сжимаемости эфира в своей окрестности. Ясно, что эта деформация должна убывать с увеличением расстояния от протона и сходиться к скорости света в свободном эфире. Эксперимент говорит нам, что такое убывание происходит дискретно, шагами. При этом

$$u_n = \omega_n r_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} c. \quad (16.3.1)$$

Здесь ω_n – угловая скорость; r_n – радиус на n -шаге вихрей, порожденных меридиональным вихрем самого протона. Скорость u_n можно интерпретировать как локальную скорость света на n -шаге.

Является ли, однако, сходимость (16.3.1) монотонной?

Эксперимент отвечает: нет. Между скоростями u_p и c имеется по крайней мере одна скорость

$$c_1 = c/137 = 2.19 \times 10^6 \text{ м/с}, \quad (16.3.2)$$

которая меньше как u_p , так и скорости в свободном эфире c .

Ныне скорость c_1 интерпретируется как скорость электрона на наинизшей орбите атома водорода. Здесь ей дается другая интерпретация: это наименьшая локальная скорость света в системе стоячих волн, порожденных протоном. Внутри этого вихря электрон находится у невозбужденного атома водорода.

Сказанное означает, что между вершинами u_p и c имеется лощина, от которой подъем происходит как при удалении, так и при приближении к протону.

Согласно (16.3.2)

$$c_1 = \omega_1 r_1, \quad (16.3.3)$$

где ω_1 – угловая скорость, а r_1 – радиус вихря, порожденного материнским тором в области с локальной скоростью c_1 .

Рассмотрим склон холма от c_1 к свободному эфиру, т. е. от протона. Примем следующее условие сохранения X -заряда, т. е. спина:

$$m_e c_n r_n = \hbar \text{ для всех } n = 1, 2, \dots, 137. \quad (16.3.4)$$

Здесь c_n – локальная скорость света, а r_n – радиус вихря на n -шаге. Такие вихри на самом деле совпадают с фарадеевским представлением о силовых линиях. В дальнейшем мы их так и будем называть.

Формально-математически соотношение (16.3.4) совпадает с условием квантования боровских орбит. Однако в данной интерпретации оно приобретает ясный смысл закона сохранения заряда X -поля. То, что справа стоит именно \hbar , а не $\frac{1}{2}\hbar$, означает, что силовые линии – бозоны, хотя порождены фермионами – протоном и электроном. Становится ясным, почему частоты «обращения по Боровским орбитам» не совпадают с частотами излучения. Частоты излучения связаны с завихренностью силовых линий и никак не связаны с движением электронов.

Как вскоре станет ясно, в атоме водорода электрон на «родной орбите» (в невозбужденном состоянии) вообще покоится. Его орбитальный момент потому и равен нулю. Наконец, подчеркнем еще раз: r_n здесь – радиус вихрей, а не расстояние от центра протона, его можно интерпретировать и как длину волны, соответствующую локальной скорости света c_n .

По построению локальные скорости света c_n при движении от области с c_1 к свободному эфиру возрастают, как n , т. е.

$$c_n = \omega_n r_n = c_1 n, \quad n = 1, 2, \dots, 137.$$

А тогда (16.3.4) можно переписать следующим образом:

$$r_n = \frac{\hbar}{m_e c_1 n} = \frac{5.27}{10^{11} n} \text{ м}. \quad (16.3.5)$$

В частности,

$$r_{137} = 3.85 \times 10^{-13} \text{ м}, \quad (16.3.6)$$

$$\omega_1 = c_1 / r_1 = 4.2 \times 10^{16} \text{ рад/с}, \quad (16.3.7)$$

$$\omega_n = 4.2 \times 10^{16} n^2 \text{ рад/с}. \quad (16.3.8)$$

$$\omega_{137} = 137^2 \omega_1 \approx 7.8 \times 10^{20} \text{ рад/с}, \quad (16.3.9)$$

что весьма близко к экваториальной угловой скорости электрона.

То, что число вихрей на пути от «лощины» с локальной скоростью света c_1 к скорости света в свободном эфире совпадает с постоянной тонкой структуры, конечно, не случайно. Но физическая причина этого еще должна быть выяснена

Вернемся к соотношению (16.3.6). Радиус 137-й силовой линии также близок к большему радиусу электрона. Таким образом, первые 137 силовых линий отличаются от более удаленных тем, что их радиусы больше, а угловые скорости меньше, чем у электрона, т. е. электрон может находиться внутри только этих

вихрей, дальше он уже выходит в свободный эфир.

До сих пор мы ничего не говорили о поведении электрона. Теперь мы можем сделать некоторые предположения на этот счет. Мы можем утверждать, что электрон в невозбужденном атоме водорода находится внутри первой из рассмотренных нами силовых линий. Его орбитальный момент равен нулю. Так что мы можем утверждать, что он там покоится. Может ли он двигаться?

Да, может. Но чтобы он мог длительное время (в принципе бесконечно долго) находиться в движении, он должен двигаться в условиях сверхпроводимости. Таким условием является движение с локальной скоростью света (15.1.12). Судя по всему, именно такие движения совершают в многоэлектронных атомах электроны с неравным нулю орбитальным моментом. Но почему после перехода на более высокую силовую линию электрон излучает? Потому, что на нее он приходит со скоростью меньшей, чем на этой, более высокой, силовой линии, нужно для движения без трения.

Движение с трением приводит к излучению энергии, что возвращает электрон на более низкую орбиту. Параллельность или антипараллельность спина электрона и спина новой силовой линии дает картину тонкого расщепления спектра, а параллельность или антипараллельность спинов электрона и протона при таком переходе – картину сверхтонкого расщепления спектра.

Судя по всему, экваториальное вращение всех 137 силовых линий взаимосвязано и определяет положительный электрический заряд. Присутствие дополнительного электрона с противоположно направленным экваториальным вращением (отрицательным зарядом) на одной из силовых линий останавливает экваториальное вращение как у силовых линий, так и у электрона, что делает атом водорода электрически нейтральным.

Водород, как известно, обладает сродством к электрону, т. е. его силовые линии допускают присоединение еще одного электрона и превращение атома в отрицательный ион. Почему в большинстве других случаев это оказывается невозможным, еще предстоит выяснить.

Силовая линия n обладает кинетической энергией

$$\frac{1}{2} m_e c_n^2 = \frac{1}{2} \hbar \omega_n. \quad (16.3.10)$$

Эта энергия требуется для того, чтобы разрушить ее. Опыт показывает, что для того, чтобы вырвать электрон из этой силовой линии, требуется в n^2 раз энергии меньше.

Поэтому формула для энергии перехода электрона с n -й силовой линии на m -ю принимает вид

$$W_n - W_m = \frac{1}{2} \frac{\hbar(\omega_n - \omega_m)}{n^2 m^2}, \quad (16.3.11)$$

В частности, для перехода с 1-й силовой линии на 137-ю требуется энергия

$$W_1 - W_{137} = \frac{1}{2} \hbar (\omega_1 - \omega_{137}) / 137^2 =$$

$$= 1.2 \times 10^{-22} \text{ Дж} - 2.18 \times 10^{-18} \text{ Дж} = 7.5 \times 10^{-4} \text{ эВ} - 13.6 \text{ эВ.} \quad (16.3.12)$$

Знак минус означает, что энергию надо затратить.

Рассмотрим теперь склон горы от протона до области с локальной скоростью света c_1 .

Достаточно полный анализ здесь возможен только после построения теории нейтрона и получения дополнительных экспериментальных данных о ядерных силах взаимодействия. В настоящее время автор такими сведениями не обладает, поэтому приведен предварительный анализ.

Сформулируем те предположения, в рамках которых мы будем работать.

1. От скорости u_1 , равной скорости u_p меридионального вращения частиц, задающих протон, локальные скорости света убывают дискретно и монотонно до скорости c_1 .

2. Закон сохранения X -заряда для этих силовых линий имеет вид

$$m_p u_n r_n = \hbar, \quad (16.3.13)$$

где m_p – масса протона.

Поскольку

$$u_1 = u_p = 4.2 \times 10^8 \text{ м/с}, \quad (16.3.14)$$

$$\frac{u_1}{c_1} = 192. \quad (16.3.15)$$

Эту постоянную можно назвать постоянной ядерной структуры. Как и для внешних атомных силовых линий,

$$u_n = r_n \omega_n, \quad n = 1, 2, \dots, 192. \quad (16.3.16)$$

С учетом (16.2.17) имеем

$$r_n = r_1 n, \quad n = 1, 2, \dots, 192, \quad (16.3.17)$$

$$\omega_n = \omega_1 / n^2, \quad n = 1, 2, \dots, 192.$$

Значения r_1 и ω_1 найдем из (16.3.13), (16.3.11) и (16.3.15)

$$r_1 = \hbar / m_p u_1 = 1.4 \cdot 10^{-16} \text{ м}, \quad (16.3.18)$$

$$\omega_1 = u_1 / r_1 = 3 \times 10^{24} \text{ рад/с}, \quad (16.3.19)$$

$$r_{192} = 2.7 \times 10^{-14} \text{ м}, \quad \omega_{192} = 0.814 \times 10^{20} \text{ рад/с}, \quad u_{192} = 2.2 \times 10^6 = c_1.$$

Таким образом, хотя локальная скорость света у 192-й силовой ядерной линии

равна локальной скорости света первой атомной силовой линии, их радиусы и угловые скорости не равны. Следовательно, между ними должна лежать некоторая область с длинами волн от 2.7×10^{-14} м до 5.27×10^{-11} м.

Представление об этой области дает рентгеновское излучение. В многоэлектронных атомах для этих длин волн резко возрастает удельный расход энергии при движении электрона, а спектр излучения становится сплошным. Однако, преодолев этот барьер, электрон при сравнительно небольших энергетических затратах достигает протона.

Мы можем истолковать это так: промежуток между u_{192} и c_1 заполнен отрицательно заряженными силовыми линиями. Они создают кулоновский барьер для электрона. Ядерные же линии u_n заряжены положительно, что помогает электрону достичь протона. Эти линии слишком узки для электрона, поэтому он движется, не застревая в них, что соответствует сплошному спектру излучения.

Движение протона происходит симметрично. Он тормозится на внешних атомных линиях c_n , ускоряется в промежутке между c_1 и u_{192} и снова тормозится на ядерных силовых линиях u_n .

Размеры протона позволяют ему находиться внутри всех силовых линий, поэтому спектр его излучения должен быть дискретным. Но поскольку линии u_n заряжены положительно, закрепиться стабильно в одной из них он может только с участием нейтрона, что представляет предмет отдельного исследования.

Теперь нам нужно количественно оценить энергетическую картину при движении элементарных частиц по силовым линиям u_n . Движение электрона сходно с его движением по линиям c_n .

Пусть

$$\beta = 1/192. \quad (16.3.20)$$

Тогда при переходе от u_{192} к линиям с меньшим номером электрон должен затратить энергию

$$W_{192} - W_n = \frac{1}{2} \beta^2 \hbar (\omega_{192} - \omega_n). \quad (16.3.21)$$

Например, чтобы достичь протона, электрону надо затратить энергию

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \beta^2 \hbar (\omega_{192} - \omega_1) &= 1.16 \times 10^{-19} \text{ Дж} - 4.27 \times 10^{-14} \text{ Дж} = \\ &= 0.725 \text{ эВ} - 2.67 \times 10^5 \text{ эВ}. \end{aligned} \quad (16.3.22)$$

Как и для внешних силовых линий, знак минус означает, что электрону требуется эта энергия для движения. Коэффициент β^2 появляется потому, что электрическое поле помогает электрону преодолеть X-поле. Протону же электрическое поле мешает.

Формула для энергии движения протона должна иметь вид

$$W_{192} - W_n = \frac{1}{2} \hbar (\omega_{192} - \omega_n). \quad (16.3.23)$$

В частности, чтобы достичь протона, ему потребуется энергия

$$\frac{1}{2} \hbar(\omega_{192} - \omega_1) = 4.28 \times 10^{-15} \text{ Дж} - 1.57 \times 10^{-9} \text{ Дж} = 2.67 \text{ эВ} - 9.83 \times 10^9 \text{ эВ}. \quad (16.3.24)$$

Более детальную картину, по-видимому, удастся получить после выяснения конструкции нейтрона, потому что именно нейтрон не дает электрическому и Х-полю разбросать протоны в сложных ядрах.

В заключение хотелось бы обратить внимание читателя на сходство в поведении эфира и сверхтекучей жидкости, а также пригласить к сотрудничеству по этим и другим фундаментальным проблемам электро- и гравидинамики.

IV. О гравитационных поясах в атомах

Знак заряда тора определяется тем левый или правый винт задает векторное произведение угловых скоростей.

$$\mathbf{e} = m_e \frac{\boldsymbol{\omega}_e \times \boldsymbol{\Omega}_e}{\Omega_e}, \quad e = 7.1 \times 10^{-10} \text{ кг/с.}$$

Заряд электрона – псевдовектор, направленный по радиусу большей окружности тора внутрь или вовне в зависимости от направления

Превышение касательной скорости вращения тора у протона над скоростью света в свободном эфире приводит к тому, что в окружающем эфире возбуждаются две серии вихрей. Непосредственно от протона начинается серия из 194 вихрей. Цифра 194 является уточнением числа 192 вихрей, окружающих протон, найденного в предыдущем параграфе.

Угловые скорости этих вихрей убывает как n^2 , их радиусы возрастают как n . Соответственно локальные скорости света убывают как n от u_p до $c/137$.

Радиус первого вихря

$$r_1 = \frac{\hbar}{m_p u_p} = 1.479 \times 10^{-16} \text{ м.} \quad (16.4.1)$$

Соответственно

$$r_{194} = 194 \cdot r_1 = 2.87 \times 10^{-14} \text{ м.} \quad (16.4.2)$$

Угловая скорость первого вихря

$$\omega_1 = u_p / r_1 = 2.87 \times 10^{24} \text{ рад/с.} \quad (16.4.3)$$

Соответственно

$$\omega_{194} = \omega_1 / 194^2 = 0.763 \times 10^{20} \text{ рад/с.} \quad (16.4.4)$$

Касательная скорость последнего, 194-го вихря

$$u_{194} = r_{194}\omega_{194} = 2.19 \times 10^6 \text{ м/с} = c/137. \quad (16.4.5)$$

Это последний ядерный вихрь.

Радиус первого вихря в атомной серии

$$\rho_1 = 5.27 \times 10^{-11} \text{ м}. \quad (16.4.6)$$

А его угловая скорость

$$v_1 = \frac{c}{137 \cdot \rho_1} = 4.16 \times 10^{16} \text{ рад/с}. \quad (16.4.7)$$

Его локальная скорость света

$$c_1 = v_1 \rho_1 = c/137 = 2.19 \times 10^6 \text{ м/с}. \quad (16.4.8)$$

Радиусы ρ_n атомных вихрей убывают как n

$$\rho_n = \rho_1/n, \quad n = 1, 2, \dots, 137. \quad (16.4.9)$$

В частности

$$\rho_{137} = \rho_1/137 = 3.85 \times 10^{-13} \text{ м}. \quad (16.4.10)$$

Их угловые скорости возрастают как n^2

$$v_n = v_1 n^2. \quad (16.4.11)$$

В частности

$$v_{137} = 7.8 \times 10^{20} \text{ рад/с}. \quad (16.4.12)$$

Характеристическим свойством 137 атомных вихрей является то, что их радиусы больше, а их угловые скорости меньше, чем у электрона. Их масса равна массе электрона. Другими словами в атоме водорода электрон может находиться внутри этих и только этих вихрей.

Локальные скорости света у последнего ядерного вихря в (16.4.5) и первого атомного вихря в (16.4.8) равны, но их радиусы и угловые скорости существенно различаются. Ядерные вихри имеют массу протона, а атомные – электрона. Так что между этими вихрями должна находиться переходная зона с угловыми скоростями от 0.762×10^{20} рад/с до 4.16×10^{16} рад/с, т. е. от длин волн 1.479×10^{-16} м до 5.27×10^{-11} м.

Вид ядерных и атомных вихрей был получен из условия равенства их момента импульса постоянной \hbar . Мы сохраним это требование и для вихрей рассматриваемой области. Эти вихри будем называть гравитационными из-за переменности их массы. Прежде всего, найдем количество этих вихрей. Локальные скорости света в них постоянны. Следовательно, их радиусы должны возрасть,

а угловые скорости убывать в одинаковом темпе.

$$R_n \varphi_n = c/137 \approx 2.19 \times 10^6 \text{ м/с.} \quad (16.4.13)$$

Здесь R_n – радиус, а φ_n – угловая скорость n -го вихря.

Число n мы можем найти из условий (16.4.2) и (16.4.6) или же (16.4.4) и (16.4.7).

$$n = \rho_1 / r_{194} = \omega_{194} / v_1 = 1836. \quad (16.4.14)$$

Условие постоянства углового момента для гравитационных вихрей примет вид

$$m_n R_n^2 \varphi_n = \hbar, \quad n = 1, 2, \dots, 1836. \quad (16.4.15)$$

$$m_1 = m_p, \quad m_{1836} = m_e, \quad R_1 = r_{194}, \quad R_{1836} = \rho_1, \quad \varphi_1 = \omega_{194}, \quad \varphi_{1836} = v_1.$$

Электрон в атоме водорода, по-видимому, находится внутри первого атомного вихря с радиусом 5.27×10^{-11} м и угловой скоростью 4.16×10^{16} рад/с. Из эксперимента известно, что его орбитальный импульс равен нулю. Так что он находится в покое. Это состояние устойчиво, т. к. в нем электрон обладает наименьшей энергией. Как для движения вовне, так и для движения внутрь, к протону, ему требуется внешняя энергия. Для движения внутрь ему надо преодолевать все более массивные вихри гравитационного пояса, для движения вовне – вихри с всевозрастающей локальной скоростью света.

Оценим энергию, потребную массивной частице, чтобы проникнуть на n шагов от атомных вихрей внутрь гравитационного пояса. Энергия подъема на n -ый уровень в этом поясе равна $\hbar \varphi_n$. Пусть частица обладает кинетической энергией $\frac{1}{2}mv^2$. В общем случае глубина проникновения будет зависеть от угла между направлением импульса частицы и локальной скоростью света. Для лобового столкновения имеем

$$\hbar \varphi_n = \frac{mv^2}{2}. \quad (16.4.16)$$

Именно это соотношение мы имеем для непрерывного рентгеновского излучения: максимальная частота излучения пропорционально энергии налетающего электрона.

Однако для случая заряженных частиц мы должны рассмотреть вопрос о заряде систем атомных, гравитационных и ядерных вихрей. Напомним, что электрический заряд определяется экваториальным вращением тороидальных вихрей.

Вопрос с системой атомных вихрей выглядит очевидным. Все 137 вихрей представляет собой единую систему с единичным положительным зарядом. Именно эта система определяет заряд ионизованного атома водорода. Появление в этой системе электрона с обратным направлением экваториального вращения нейтрализует это вращение и делает атом водорода электрически нейтральным.

Вопрос о заряде системы ядерных вихрей менее очевиден. Однако К-захват электрона протоном, легкость, с которой электрон достигает протона и ряд других экспериментов склоняют чашу весов в пользу положительной заряженности этой системы. Тогда мы вынуждены будем приписать гравитационному поясу отрицательный заряд. Физически это означает, что для проникновения через этот барьер для электрона требуется некоторая дополнительная энергия, тогда как протону будет достаточно меньшей энергии. К сожалению, в настоящее время мы не можем оценить эту дополнительную энергию количественно, т. к. неясно, как здесь применять формулы для взаимодействия заряженных частиц вообще и даже закон Кулона в частности. А ведь в общем случае эта сила будет зависеть еще и от скоростей и ускорений частиц. Эта сила должна проявляться, когда заряженная частица проходит гравитационный пояс. Поэтому на границе пояса должен скачкообразно меняться коэффициент поглощения. Именно это мы и наблюдаем в рентгеновских спектрах.

Если ядро атома включает в себя несколько протонов, то соответственно должно увеличиваться число гравитационных поясов. Разберем вопрос на примере гелия.

В ядре гелия два протона. В макро-физике наличие двух осцилляторов не увеличивает их совместную частоту, но увеличивает вдвое их амплитуду, что приводит к учетверению энергии совместного колебания.

Нечто подобное происходит и в рассматриваемом случае, только здесь вместо удвоения амплитуды вдвое уменьшается число ядерных вихрей, предшествующих первому гравитационному поясу. Первый гравитационный пояс в атоме гелия появляется не через 194 шага, как в атоме водорода, а через 97. Частота ядерных вихрей убывает как n^2 , т. е.

$$\omega_{97} = 4\omega_{194}. \quad (16.4.17)$$

Соответственно учетверяется наименьшая частота атомных вихрей. В атоме гелия минимальная угловая скорость

$$\psi_1 = 4\nu_1. \quad (16.4.18)$$

Здесь ν_1 наименьшая (боровская) угловая скорость в атоме водорода, т. е. постоянная Ридберга. Известно из эксперимента, что в атоме гелия эта угловая скорость несколько больше, чем в атоме водорода. Считается, что происходит это за счет большей массивности ядра гелия, и соответственно увеличения гравитационного притяжения.

С предлагаемой точки зрения это отклонение вызывается наложением колебаний нейтронов, частота которых несколько отличается от колебаний протона. Эта же причина лежит в основе отклонений от закона Мозли рентгеновского излучения. Частота излучения растет на самом деле не квадратично с возрастанием номера элемента, а чуть медленнее. Характер замедления определяется структурой ядра, которое и определяет местонахождение гравитационных поясов. К этому вопросу мы вернемся ниже.

Энергия, необходимая для перехода электрона в атоме водорода с первой на последнюю перед вылетом 137 линию.

$$W_1 - W_{137} = \frac{1}{2} \hbar(\nu_1 - \nu_{137})/137^2 = 7.5 \times 10^{-4} \text{ эВ} - 13.6 \text{ эВ}. \quad (16.4.19)$$

С учетом (17.3.2) для гелия получим

$$W_1 - W_{137} = \frac{4}{2} \hbar(\nu_1 - \nu_{137})/137^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ эВ} - 54.4 \text{ эВ}. \quad (16.4.20)$$

Аналогично для лития

$$W_1 - W_{137} = \frac{9}{2} \hbar(\nu_1 - \nu_{137})/137^2 = 6.75 \times 10^{-3} \text{ эВ} - 122.4 \text{ эВ}. \quad (16.4.21)$$

Мы получили спектроскопический закон для водородоподобных атомов. Наличие дополнительных нейтронов в ядрах атомов должно приводить к некоторым отклонениям от квадратичного закона.

Совершенно аналогичная ситуация имеет место и с рентгеновскими спектрами. В этом случае имеется, однако, одно существенное отличие. Спектральные линии в рентгеновской области наблюдаются только в спектрах испускания и никогда не видны в спектрах поглощения. Более того, чтобы рентгеновский свет мог поглотиться он всегда за счет своего $\hbar\nu$ должен совершить полную ионизацию одной из оболочек K, L, M, ... В рамках предлагаемого подхода это объясняется следующим образом. Наиболее глубоко расположенные электроны оболочек K, L, M, ... находятся внутри вихрей, которые опираются на гравитационные пояса. Чтобы достичь этих вихрей внешний фотон или электрон должен затратить энергию на преодоление внешних вихрей, вырвать этот электрон из его вихря и забросить на один из внешних вихрей. Так выглядит картина в водородоподобных атомах. Так же она выглядит и в рентгеновском излучении. Однако при наличии внешних электронов в атоме налетающий фотон или электрон должен предварительно выбить их, выбить последний перед гравитационным барьером электрон и только остаток его энергии рассеивается в гравитационном поясе, показывая сплошной спектр поглощения.

До какого атомного номера мы можем построить водородоподобный атом и наблюдать рентгеновский спектр? Ответ: в строгом соответствии со сказанным до 97 атомного номера. До этого номера вокруг ядра имеется не менее двух ядерных линий, от которых может начинаться гравитационный пояс. Из-за влияния нейтронов эта цифра несколько меньше и равна 92, т. е. соответствует урану. Поэтому искусственные атомы с более высокими номерами оказываются все короткоживущими.

Рассмотрим подробнее атом гелия. Как известно, имеется два сорта атомов гелия: парагелий с энергией ионизации второго электрона 24.5 эВ и одинарными линиями спектра и ортогелий с тройными линиями.

С предлагаемой точки зрения этим двум видам атомов гелия соответствуют две структуры ядра и соответственно две структуры α -частиц. Атом гелия состоит из двух протонов и двух нейтронов. Согласно модели нейтрона (см. р.5) ста-

бильность тороподобному нейтрону сообщают дополнительные «обручи», которые создает соседний протон. Так что для стабильности нейтрона он должен иметь хотя бы одним соседом протон, т. е. один протон может «обслужить» один или два нейтрона, но никак не три. Поэтому существует дейтерий и тритий, но нет изотопа водорода с тремя нейтронами. Поэтому же не удастся создать нейтронное вещество. Ядер же из протонов не существует по чисто «электрическим причинам». Количественному анализу этих проблем будет посвящена отдельная работа. Здесь о них упоминается только для качественного объяснения возможных моделей α -частиц.

Итак, теоретически возможными представляются три модели ядра гелия «Слоенка», когда нейтроны и протоны чередуются. Модель с двумя внутренними протонами и внешними нейтронами и симметрично с двумя внутренними нейтронами и внешними протонами. Разница в этих типах α -частиц не влияет на местоположение первого гравитационного пояса, но существенно влияет на местоположение второго, приводя к различиям в парагелии и ортогелии. Конечный ответ на вопрос о структуре парагелия и ортогелия должен дать эксперимент. Здесь же ограничимся некоторыми предварительными соображениями. «Слоенке», по-видимому, соответствует триплетный спектр ортогелия, поскольку в нем «больше контактов» между нейтронами и протонами, а именно эти контакты определяют расслоение линий. Парагелию соответствует одна из оставшихся конструкций. Все же модель с двумя «внутренними» протонами представляется более правдоподобной, поскольку у гелия нет стабильного изотопа с тремя нейтронами.

Заключение. Повторим сказанное. Конструкция ядер и соответственно атомов определяется вихрями, которые протоны и нейтроны создают при взаимодействии между собой и в окружающем эфире. Непосредственно отходящая от ядра серия вихрей состоит из высокочастотных вихрей с массой протона и нейтрона соответственно. Система внешних, атомных вихрей состоит из сравнительно низкочастотных вихрей с массой электрона. Поэтому ядерные взаимодействия высокоэнергетичны, а атомные и молекулярные низкоэнергетические. Переход от серии ядерной к атомной происходит не скачком, а через серию вихрей с убывающей массой. В многоэлектронных атомах гравитационные барьеры определяют рентгеновское излучение, а их местоположение в системе ядерных вихрей – вид электронных оболочек атомов. Само же местоположение гравитационных вихрей задается расположением протонов и электронов в ядре.

V. Конструкция нейтрона

Внешние характеристики нейтрона.

Здесь мы сохраним представления о долгоживущих элементарных частицах как о вихревых торах, отнеся эту модель и к нейтрону. Нейтрон не заряжен, значит соответствующий тор, по крайней мере его поверхность, не совершают экваториальные вращения. Забегая несколько вперед, сразу отметим, что, как известно из гидромеханики, для стабильности тороидальной фигуры, частицы, ее

зачерчивающие, должны совершать как экваториальное, так и меридиональное вращение. Так что мы сразу можем сделать вывод о меньшей устойчивости нейтрона по сравнению с протоном и электроном.

Кинетическую энергию электрона составляют в равных долях энергия экваториального и меридионального вращений.

У протона из-за невысокой угловой скорости экваториального вращения, энергия этого вращения пренебрежимо мала по сравнению с энергией меридионального вращения, но она существует и определяет заряд протона.

Кинетическая энергия нейтрона задается только меридиональным вращением. Как известно она равна:

$$m_n c^2 = 1.5075 \times 10^{-10} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2, \quad (16.5.1)$$

где m_n – масса нейтрона. Для сравнения энергия протона:

$$m_p c^2 = 1.5057 \times 10^{-10} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2. \quad (16.5.2)$$

Таким образом, вся энергия нейтрона происходит из-за его меридионального вращения. Если Ω_n и ρ_n – угловая скорость и радиус малой окружности тора нейтрона, то имеем:

$$\frac{1}{2} m_n \Omega_n^2 \rho_n^2 = m_n c^2. \quad (16.5.3)$$

Здесь неизвестными являются Ω_n и ρ_n . Спин, то есть момент импульса нейтрона равен моменту импульса малой окружности его тора, так что для нахождения второго неизвестного имеем:

$$m_n \Omega_n \rho_n^2 = \frac{1}{2} \hbar. \quad (16.5.4)$$

Из (16.5.3) и (16.5.4) получаем:

$$\rho_n = 7.4253 \times 10^{-17} \text{ м}, \quad (16.5.5)$$

что несколько меньше радиуса малой окружности протона (16.2.10). Соответственно угловая скорость меридионального вращения поверхности нейтрона

$$\Omega_n = 5.7098 \times 10^{24} \text{ рад/с} \quad (16.5.6)$$

больше, чем у протона (16.2.11).

Внутренняя структура нейтрона.

Следующие экспериментальные факты дают нам возможность сформулировать некоторые качественные гипотезы относительно «устройства» нейтрона.

1. Протон может захватывать электрон и образовывать нейтрон. При этом масса нейтрона оказывается большей, чем сумма масс протона и электрона.

2. Нейтрон устойчив только в составе ядра. Освобожденный, он относительно быстро распадается на протон, электрон и антинейтрино.

3. Внутренние области нейтрона не являются электрически нейтральными. «Ядро» нейтрона заряжено положительно, а его периферия – отрицательно.

Сказанное приводит нас к следующей модели. Небольшой, но массивный протон, оказавшись внутри тора электрона, стягивает его массу в слой диаметра:

$$d = (7.4355 - 7.4253) \times 10^{-17} \text{ м} = 0.0102 \times 10^{-17} \text{ м}. \quad (16.5.7)$$

За величину большей окружности сжатого электрона примем радиус большей окружности нейтрона.

Нейтрон электрически нейтрален. Это возможно в двух случаях:

1. Если и у электрона, и у протона гасится экваториальное вращение, или же если

2. Электрон и протон сохраняют свое экваториальное вращение, но совершают его в противоположных направлениях.

Третье из вышеупомянутых экспериментально установленных свойств нейтрона исключает наше первое предположение и подтверждает второе. Отметим заодно, что сжатому электрону не надо изменять свою угловую скорость экваториального вращения, чтобы сохранить величину заряда: величина заряда определяется только массой, проходящей через поперечное сечение тора за секунду и не зависит ни от радиуса его меньшей, ни от радиуса большей окружности. Так что угловые скорости экваториального вращения электрона и протона сохраняются.

Но если угловые скорости электрона и протона противоположно направлены, то их спины должны быть сонаправлены, т. е. их малые окружности должны вращаться в одну сторону и их суммарный спин должен быть равен единице. Эта сонаправленность спинов должна приводить к появлению силы отталкивания, которая разрывает связь между электроном и протоном, если не компенсируется действием некоторого обруча.

Попробуем дать описание этого обруча. Во-первых, откуда он берется? Эксперимент показывает, что этот обруч работает только, когда рядом находится протон. Механизм создания протоном этого обруча остается неясным, но его существование – экспериментальный факт. Мы знаем массу этого обруча: это 1.5 массы электрона. Спин нейтрона равен $\frac{1}{2}\hbar$. Значит, этот обруч вращается в сторону, противоположную вращению малых окружностей электрона и протона. Величина спина обруча может быть равна $\frac{1}{2}\hbar$, тогда он компенсирует половину суммарного спина \hbar электрона и протона. Оставшаяся половина и наблюдается в эксперименте. Вообще говоря, его спин мог бы быть равен $\frac{3}{2}\hbar$. Тогда бы он подавлял суммарный спин электрона и протона, а в эксперименте наблюдался бы его излишек. Думается, что этот, второй случай надо исключить, поскольку нейтрино (а нейтрино и есть наш излученный обруч) имеет спин $\frac{1}{2}\hbar$. Теперь становится понятным, почему при распаде нейтрона и антинейтрона появляется нейтрино разной спиральности: направление суммарного спина у позитрона

и антипротона в антинейтроне противоположно. Соответственно противоположно направлен и спин у обруча антипротона.

Обруч нейтрона совершает только меридиональные вращения в торе и не совершает экваториального движения. Поэтому, будучи излученным, он электрически нейтрален. Мы можем оценить угловую скорость меридионального вращения обруча.

$$m_h \rho_n^2 \omega_h = 1/2 \hbar. \quad (16.5.8)$$

Здесь m_h – масса обруча, равная разности масс нейтрона и протона, ρ_n – радиус малой окружности нейтрона (16.5.5), ω_h – искомая угловая скорость меридионального вращения внешней поверхности нейтрона, т. е. обруча.

$$\omega_h = \frac{\hbar}{2m_h \rho_n^2} = 4.148 \times 10^{27} \text{ рад/с}. \quad (16.5.9)$$

Найдем заодно угловую скорость меридионального вращения у сжатого электрона: ведь чтобы сохранить свой спин при уменьшенном радиусе малой окружности, его угловая скорость должна увеличиться.

$$m_e \rho_{com}^2 \omega_e = 1/2 \hbar. \quad (16.5.10)$$

Здесь m_e – масса электрона, ρ_{com} – радиус малой окружности тора сжатого электрона, равный $1/2d$ в соотношении (16.5.7), ω_e – искомая угловая скорость.

Подставляя известные значения m_e и ρ_e в (16.5.10), получим:

$$\omega_e = \frac{\hbar}{2m_e \rho_{com}^2} = 2.2254 \times 10^{34} \text{ рад/с}. \quad (16.5.11)$$

Магнитный момент нейтрона.

Выше мы исходили из того, что при всех деформациях электрона он сохраняет величину своего заряда и спина. Поскольку протон при этом мы считаем неизменяющим свои размеры, это условия для него выполнялось автоматически. Свойства обруча (нейтрино) мы получали, основываясь на экспериментально известных свойствах нейтрона. Можем ли мы исходить из того, что и магнитный момент деформированного электрона сохраняется?

Автор не испытывает такую уверенность. Поэтому мы рассмотрим две модели, соответствующие двум предположениям.

Предположение 1. Протон и электрон в составе нейтрона сохраняют величину своих магнитных моментов.

Мы считаем протон недеформирующимся, так что он сохраняет и величину угловых скоростей элементарных окружностей, которые составляют его поверхность. Но угловые скорости элементарных окружностей у сжатого электрона в составе нейтрона должны существенно увеличиться, если его магнитный момент сохраняется. Ведь магнитный момент пропорционален площади малой окруж-

ности тора. Найдем эти угловые скорости. По определению:

$$m_e \pi \rho_{\text{com}}^2 \omega_M^2 = M_e, \quad (16.5.12)$$

где ω_M – искомая угловая скорость вращения частиц элементарных окружностей, составляющих поверхность сжатого электрона.

Отсюда:

$$\omega_M^2 = \frac{M_e}{m_e \pi \rho_{\text{com}}^2} = 5.5056 \times 10^{54} \frac{\text{рад}^2}{\text{с}^2}, \text{ т. е.} \quad (16.5.13)$$

$$\omega_M = 2.3464 \times 10^{27} \text{ рад/с}, \quad (16.5.14)$$

что на 7 порядка больше угловой скорости несжатого электрона.

Поскольку направления спинов электрона и протона в составе нейтрона совпадают, их магнитные моменты должны складываться. Направление спина обруча противоположно. Значит и направление его магнитного момента противоположно суммарному моменту электрона и протона. Из эксперимента известно, что магнитный момент нейтрона отрицателен. В наших терминах это означает, что магнитный момент обруча по модулю превышает магнитный момент электрона и протона на величину магнитного момента нейтрона. Мы можем найти величину магнитного момента обруча:

$$M_h = M_n - M_e - M_p. \quad (16.5.15)$$

Здесь M_h – величина магнитного момента обруча, M_e , M_p , M_n – величины магнитных моментов электрона, протона и нейтрона соответственно.

Магнитный момент нейтрона в механических размерностях:

$$M_n = 4.259 \times 10^{-17} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}, \quad (16.5.16)$$

С учетом (16.1.7) и (16.2.13) получим:

$$M_h = -4.1 \times 10^{-14} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.5.17)$$

Предположение 2. Протон и электрон в составе нейтрона сохраняют величину угловых скоростей частиц, зачерчивающих элементарные окружности, которые составляют их поверхность.

Как и в предыдущем случае, протон мы считаем недеформированным, так что он сохраняет и свой магнитный момент. А вот магнитный момент электрона в этом случае должен стать существенно меньше:

$$M_e^d = m_e \pi \rho_{\text{com}}^2 v_e^2, \quad (16.5.18)$$

где M_e^d – магнитный момент сжатого электрона, v_e – угловая скорость частиц,

зачерчивающих элементарные окружности свободного электрона (16.4.7). Подставляя численные значения, получим:

$$M_e^d = 2.8592 \times 10^{-27} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.5.19)$$

По формуле (16.5.15), подставляя M_e^d вместо M_e , получим:

$$M_h = -1.9673 \times 10^{-17} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{рад}^2}{\text{с}^2}. \quad (16.5.20)$$

Мы рассмотрели два крайних случая. Конечно, для деформированного электрона может измениться как магнитный момент, так и угловые скорости элементарных окружностей. Так что окончательный ответ должен дать эксперимент по измерению магнитного момента нейтрино.

§ 17. ²НЕ И ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

I. Свойства идеального газа

Предварительно напомним, как описывается поведение идеального газа в современной термодинамике.

Стартовым соотношением является определение энтропии

$$\delta Q = TdS. \quad (17.1.1)$$

Здесь Q – теплота, T – температура, S – энтропия. Символ вариационного дифференциала δ использован, чтобы подчеркнуть, что приращение теплоты нелокально, оно зависит от целой функции, можно сказать, что δQ – это неполный дифференциал теплоты. Поэтому при интегрировании приходится учитывать всю предысторию процесса теплопередачи. Физически это означает, что при исследованиях приходится ограничиваться рассмотрением квазистатических процессов. Исследование неравновесных процессов становится отдельной и трудной проблемой.

Количество теплоты, поглощенное идеальным газом, определяется равенством

$$\delta Q = dU + pdV. \quad (17.1.2)$$

Здесь U – внутренняя энергия, p – давление, V – объем газа. Отметим, что pdV – тоже неполный дифференциал.

В дальнейшем слагаемые в правой части (17.1.2) сводят к функциям, зависящим только от температуры:

$$dU = c_v dT. \quad (17.1.3)$$

С использованием теоремы Клапейрона получают, что

$$pdV = c_V \ln T dT. \quad (17.1.4)$$

Здесь c_V – некоторая константа, интерпретируемая как теплоемкость при постоянном объеме V и имеющая размерность энтропии. Получаем

$$dQ = c_V dT + c_V \ln T dT. \quad (17.1.5)$$

Отметим, здесь уже dq – полный дифференциал. Действительно, после интегрирования получаем формулу, описывающую зависимость теплоты уже только от температуры

$$Q = c_V (T \ln T - T_1 \ln T_1), \quad T \in [T_1, T_2], \quad c_V = \text{const}. \quad (17.1.6)$$

Рассмотрим эту же проблему в рамках обобщенной термодинамики. Чтобы избежать проблем с неполными дифференциалами и соответствующими ограничениями на рассматриваемые процессы, обобщенная термодинамика исходит не из соотношения (17.1.1), а из равенства

$$Q = TS, \quad (17.1.7)$$

связывающего теплоту q , температуру T и энтропию S . Дифференциал

$$dQ = TdS + SdT \quad (17.1.8)$$

очевидно является полным. Соотношения (17.1.7) и (17.1.8) справедливы для любых процессов. Если T постоянно, процесс изотермичен, (17.1.8) совпадает с (18.1.1) и становится неполным дифференциалом.

Соотношение (17.1.4) означает, что в случае идеального газа энтропия

$$S = S_0 (\ln T + 1), \quad (17.1.9)$$

т. е. теплота

$$Q = TS_0 \ln T, \quad T \in [T_1, T_2], \quad S_0 = \text{const}. \quad (17.1.10)$$

Для идеального газа постоянная энтропия S_0 совпадает с c_V . Для других газов ее аналитический вид может отличаться.

Дифференцируя (17.1.10) для идеального газа получим

$$\frac{dQ}{dT} = S_0 \ln(T + 1) > 0, \quad S_0 > 0. \quad (17.1.11)$$

Производную в левой части здесь будем называть теплоемкостью. Из-за того, что основным уравнением в современной физике является (17.1.1), понятие теплоемкости в настоящее время определяется в конечных приращениях. Уравнение (17.1.7) дает возможность сделать это в терминах дифференциальных уравнений и использовать богатство соответствующего математического аппарата. Это проясняет и физический смысл теплоемкости: теплоемкость – это скорость

изменения теплоты в зависимости от температуры, и эта скорость – одно из возможных определений энтропии. В дальнейшем термин теплоемкость и энтропия будут употребляться как эквивалентные.

Правая часть (17.1.11) задает зависимость энтропии от температуры в случае идеального газа. Для других газов это могут быть другие функции.

Мы, конечно, можем посчитать следующие производные

$$\frac{d^2Q}{dT^2} = \frac{S_0}{T} > 0, \tag{17.1.12}$$

$$\frac{d^3Q}{dT^3} = \frac{d^2S}{dT^2} = -\frac{S_0}{T^2} < 0. \tag{17.1.13}$$

Положительность производной (17.1.12) означает, что теплота Q – выпуклая вниз функция, ее хорда лежит выше точек графика (рис. 17.1.1). Следовательно, теплота идеального газа при изменении температуры убывает быстрее, чем ее среднее на участке изменения температуры.

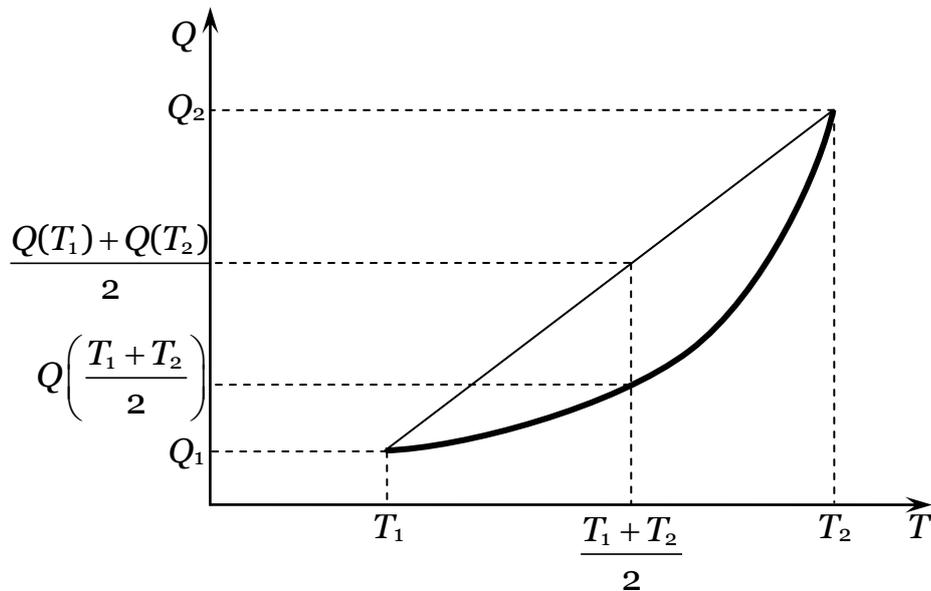
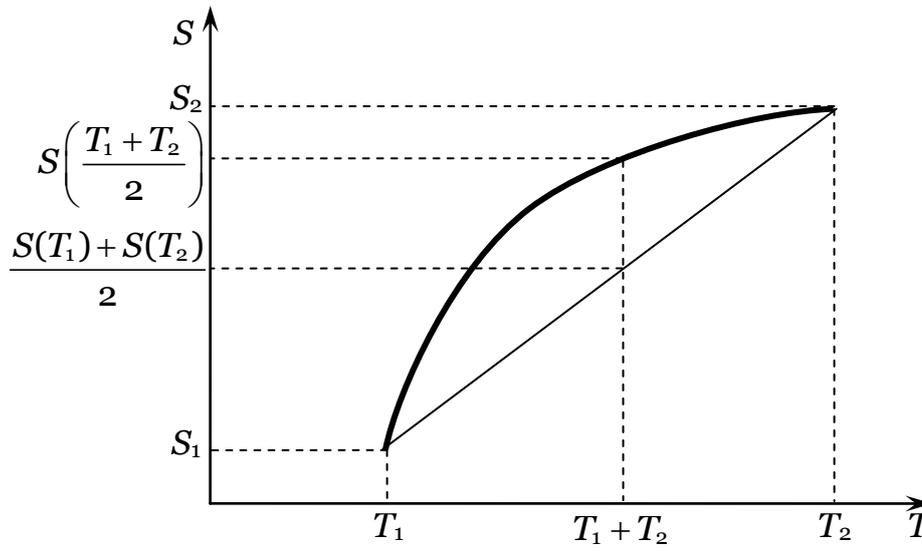


Рис. 17.1.1. Выпуклая вниз функция $q(T)$.

Отрицательность производной (17.1.13) означает, что энтропия идеального газа (17.1.11) – выпуклая вверх функция, ее хорда лежит ниже точек ее графика на любом участке изменения температуры, т. е. энтропия идеального газа возрастает быстрее своего арифметического среднего на любом интервале изменения температуры. Это наблюдение, по-видимому, легло в основу утверждения о неизбежности возрастания энтропии (рис. 17.1.2).

Рис. 17.1.2. Выпуклая вверх функция $S(T)$.

Рассмотрим еще вопрос о направленности изменения теплоты Q и энтропии S с изменениями температуры.

По определению градиента имеем:

$$\nabla Q = \frac{dQ}{dT} \nabla T, \quad (17.1.14)$$

$$\nabla S = \frac{d^2Q}{dT^2} \nabla T. \quad (17.1.15)$$

Коэффициенты при градиенте в случае идеального газа положительны, значит и выражения (17.1.14), (17.1.15) положительны. Обобщенные силы, создаваемые градиентом, направлены против градиента, т. е. теплота и энтропия идеального газа убывает от горячего к холодному. Напомним, что градиент функции задает направление ее наискорейшего возрастания. Это значит, что теплота и энтропия идеального газа движутся в направлении наискорейшего убывания температуры.

Подведем итог.

1. Теплота и энтропия идеального газа перетекают от области с высокой температурой к области с низкой температурой.

2. Теплота идеального газа – функция температуры, выпуклая вниз. Ее среднее значение убывает быстрее ее среднеарифметического в любых процессах с изменяющейся температурой.

3. Энтропия идеального газа – функция температуры, выпуклая вверх. Ее среднее значение возрастает быстрее, чем ее среднеарифметическое в любых процессах с изменяющейся температурой.

Неточно, но кратко можно сказать: «Теплота идеального газа всегда убывает, а энтропия всегда возрастает». Эти свойства идеального газа легли в основу второго начала термодинамики и считаются выполняющимися для всех сред.

Покажем, что это не так для жидкого ²He.

II. Свойства жидкого ^2He

Эти свойства установлены экспериментально и отражены на графике (рис. 17.2.1), показывающем зависимость теплоемкости (энтропии) сжиженного газа от температуры.

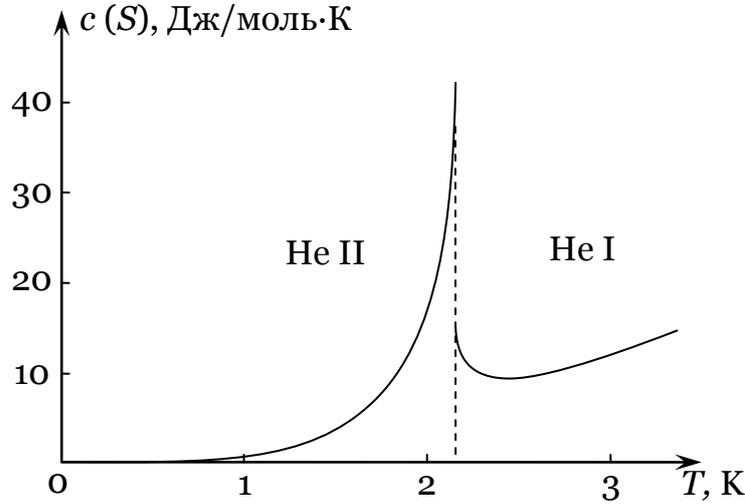


Рис. 17.2.1. Нижняя лямбда точка для жидкого гелия.

1. На отрезке [1.4, 2.18) теплоемкость растет приблизительно квадратично, т. е. выпукла вниз

$$\frac{dQ}{dT} = \alpha T^2 > 0, T \in [1.4, 2.18), \alpha > 0, \alpha = \text{const.} \quad (17.2.1)$$

1.1. На этом участке энтропия убывает быстрее своего среднего, что противоречит свойствам идеального газа.

Интегрируя (17.2.1), получим выражение для теплоты

$$Q = \frac{\alpha}{3} T^3 > 0, T \in [1.4, 2.18). \quad (17.2.2)$$

1.2. Это свойство гелия качественно (но не количественно) совпадает со свойством идеального газа, поскольку функция (17.2.2) выпукла вниз. Говорить о согласованности со вторым началом не приходится, поскольку второе начало аналогичных требований к теплоте не формулирует.

$$\frac{d^2Q}{dT^2} = 2\alpha T > 0. \quad (17.2.3)$$

1.3. Производная (17.2.1) положительна, теплота перетекает от горячего к холодному. Это качественно совпадает со вторым началом. О согласованности со вторым началом говорить нельзя, поскольку второе начало этот фактор не учитывает.

2. На отрезке [2.18, 2.7) теплоемкость убывает приблизительно обратно температуре и выпукло вниз:

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{\beta}{T} > 0, T \in [2.18, 2.7), \beta > 0, \beta = \text{const.} \quad (17.2.4)$$

2.1. Энтропия убывает в противоречии со вторым началом. Теплоемкость положительна. Теплота перетекает от горячего к холодному в соответствии со вторым началом.

2.2. Теплоту получаем интегрированием:

$$Q = \beta \ln(T/T_1), T_1 = 2.18, T \in [2.18, 2.7). \quad (17.2.5)$$

Функция выпукла вверх. Теплота возрастает быстрее своего среднего. Об этом свойстве теплоты второе начало не упоминает.

$$\mathbf{2.3.} \quad \frac{d^2Q}{dT^2} = -\frac{\beta}{T^2} < 0. \quad (17.2.6)$$

Производная (17.2.6) отрицательна, энтропия перетекает от холодного к горячему. О совпадении или противоречии второму началу речи не идет.

3. На отрезке [2.7, 4.2) теплоемкость остается выпуклой вниз, но становится возрастающей функцией, при этом степень ее выпуклости уменьшается. Ее можно приблизительно описать функцией

$$\frac{dQ}{dT} = \frac{\gamma}{\sqrt{T}} > 0, \gamma > 0. \quad (17.2.7)$$

выпуклой вниз. Интегрируя получим

$$Q = 2\gamma\sqrt{T}, \quad (17.2.8)$$

$$\frac{d^2Q}{dT^2} = -\frac{\gamma}{2\sqrt{T^3}}. \quad (17.2.9)$$

Качественно свойства ²He на этом отрезке схожи с качествами на предыдущем интервале температур.

III. Повторим кратко сказанное

Второе начало термодинамики аксиоматизирует поведение энтропии: ее возрастание в неравновесных процессах. В частности считается, что объединив два объема газа или жидкости с разными температурами и энтропиями в систему, мы через некоторое время получим газ или жидкость со среднеарифметической температурой, но энтропия такой системы будет выше среднеарифметической энтропии соединяемых частей. Как мы выяснили, это утверждение – следствие выпуклости вверх зависимости энтропии от температуры идеального газа и, по-видимому, у всех веществ, эксперименты с которыми легли в основу второго начала. У жидкого ²He на всех участках зависимости от температуры теплоемкость, т. е. энтропия жидкости выпукла вниз и, следовательно, убывает при вышеописанном объединении объемов.

Во всех рассуждениях о втором начале считается очевидным и даже не

формулируется в виде отдельного предположения, что теплота изменяется в том же направлении, что и температура, в частности теплота «течет» от горячего к холодному. В случае ${}^2\text{He}$ это предположение подтверждается.

О направлении движения энтропии в настоящее время не говорят вообще. Отметим: у ${}^2\text{He}$ энтропия в некотором интервале температур перетекает от холодного к горячему, а в некоторых обратно, от горячего к холодному.

§ 18. О СТРУКТУРЕ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ

I. Предварительные сведения

Свет в дальнейшем будем понимать как волну в эфире. Поэтому просуммируем предварительно те свойства эфира, которые были получены в §13–15. Из предложенного подхода следует, что свободный эфир является идеальным газом, который будем называть эфир-1 (или просто эфир), чтобы отличать его от эфира-2, частицы которого, вращаясь, создают частицы эфира-1.

Наряду с традиционной (трехмерной) системой декартовых координат, радиус-вектор в которой обозначается через $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$, выше была введена система координатных плоскостей, радиус-вектор в которой обозначаются через $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$. Физически \mathbf{x} характеризует расстояние, длину, Φ – площадь или угол. Таким образом, угол становится независимой сущностью, характеризующей физические процессы наравне с длиной (расстоянием). Длина и угол оказываются аргументами всех функций. Угол можно выразить через две точки координатной плоскости, на которой он задан. Прямолинейный характер распространения света дает нам возможность говорить о движении вдоль одной координатной оси x_1 .

Выше было показано, что синус угла φ_1 , перпендикулярного оси x_1

$$\sin 2\varphi_1 = \frac{x_2 x_3}{x_2^2 + x_3^2} = 2z_1,$$

т. е.

$$\arcsin 2z_1 = 2\varphi_1 = \int \frac{2dz_1}{\sqrt{1-4z_1^2}}. \quad (18.1.1)$$

Отсюда

$$\varphi_1 = \frac{\int x_3 dx_2 - \int x_2 dx_3}{x_2^2 + x_3^2} \text{ рад.} \quad (18.1.2)$$

Его производная по времени

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\dot{x}_3 x_2 - \dot{x}_2 x_3}{x_2^2 + x_3^2}. \quad (18.1.3)$$

φ_1 характеризует угол кручения волны, а (18.1.3) – угловую скорость вращения винтовой линии. Знаменатель дроби задает амплитуду волны, а производные – скорость изменения координат, перпендикулярных движению вдоль x_1 . Равенства (18.1.2) и (18.1.3) описывают поворот φ_1 , происходящий в координатной плоскости (x_2, x_3) , перпендикулярной оси x_1 .

В §3 и §6 показано, что электрон представляет собой тор, больший радиус которого $r_e = 3.85 \times 10^{-13}$ м. Частицы эфира-2, зачерчивающие этот тор, совершают два вращения. 1) По большей окружности r_e . Это вращение с угловой скоростью $\omega_e = 7.8 \times 10^{20}$ рад/с задает электрический заряд электрона $m_e \omega_e = 7.1 \times 10^{-10}$ кг/с, где m_e – масса электрона. 2) Спин электрона задается вращением вдоль малой окружности, задающей тор. Радиус этой окружности в 2 раза меньше r_e , но угловая скорость вращения в два раза больше ω_e . Поэтому спин электрона

$$\frac{\hbar}{2} = \frac{1}{2} m_e r_e^2 \omega_e. \quad (18.1.4)$$

II. Кинематика световой волны

Предположение 1. Частицы эфира-1, колебания которых передают световую волну, представляют собой электроны без электрического заряда, т. е. описанные выше торы без кольцевого вращения.

Предположение 2. Кинематика световой волны задается производной

$$\frac{d}{dt}(x_1 \cdot \varphi_1) = \frac{dx_1}{dt} \varphi_1 + x_1 \frac{d\varphi_1}{dt}. \quad (18.2.1)$$

Скорость изменения координаты x_1 – это скорость света c . Угловая скорость $d\varphi/dt$ – это частота колебаний частиц, породивших световую волну. Обозначим ее через ω , а длину продольной волны, излученной источником, через μ . Так что

$$\frac{d}{dt}(x_1 \cdot \varphi_1) = c\varphi_1 + x_1 \omega. \quad (18.2.2)$$

Из эксперимента известно, что световая волна движется со скоростью c , т. е. $x_1 = ct$. Окончательно получим

$$\frac{d}{dt}(x_1 \cdot \varphi_1) = c\varphi_1 + ct\omega. \quad (18.2.3)$$

Первое слагаемое здесь задает угол вращения при движении волны, а второе – скорость ее вращения.

Предположение 3. Амплитуда волны пульсирует по закону

$$x_2^2 + x_3^2 = r_e^2 + \mu^2 \sin^2 \omega t. \quad (18.2.4)$$

Нам теперь нужно описать кручение волны. Для этого введем понятие дли-

ны винтовой волны, связанной с длиной продольной волны соотношением

$$v = \mu/2\pi. \quad (18.2.5)$$

Предположение 4. Скорость изменения координат x_2 и x_3 , задающих кручение,

$$x'_2 = x'_3 = v\omega = c. \quad (18.2.6)$$

Предположение 5.

$$r_e^2 = 2x_2x_3. \quad (18.2.7)$$

Это предположение связывает площадь термодинамической волны с колебаниями x_2 и x_3 : площадь этих колебаний равна половине площади термодинамической волны.

Подставив (18.2.7) в (18.2.4) и извлекая корень, получим

$$x_3 - x_2 = \pm\mu \sin \omega t. \quad (18.2.8)$$

Выбор знака означает выбор левой или правой поляризации. В дальнейшем во всех случаях мы будем выбирать знак «+».

С учетом сделанных предположений получим, проинтегрировав в (18.1.2) первое слагаемое от r_e до x_2 и x_3 соответственно:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(x_1 \cdot \varphi_1) &= c \frac{\int_{r_e}^{x_3} x_2 dx_3 - \int_{r_e}^{x_2} x_3 dx_2}{x_2^2 + x_3^2} + c^2 \frac{\dot{x}_3 x_2 - \dot{x}_2 x_3}{x_2^2 + x_3^2} = \\ &= \frac{c\mu \sin \omega t}{r_e^2 + \mu^2 \sin^2 \omega t} [r_e + ct]. \end{aligned} \quad (18.2.9)$$

Коэффициент при квадратной скобке задает колебание амплитуды волны. Его размерность рад/с. Первое слагаемое в квадратных скобках – расстояние винтовой линии от оси x_1 . Второе слагаемое – путь, пройденный световой волной.

Расстояние от оси x_1 является, вообще говоря, функцией угла поворота. По соображениям размерности он должен быть обратным квадрату угла поворота. Будем его обозначать через r_e^* ($[r_e^*] = \text{м/рад}^2$). Выражение $m_e r_e^* \omega_e$ задает вращательный импульс частицы и имеет размерность кг·м/(рад·с). При этом выражение $r_e^* \omega_e$ по построению по модулю равно скорости света, но при этом имеет размерность м/(рад·с). Это та самая псевдоскалярная скорость света, которая фигурировала у нас в уравнении (2.2.4). В тех случаях, когда нам потребуется отличить ее от привычного понятия скорости, будем обозначать ее через c^* . Домножив квадратную скобку в (18.2.9) на $m_e r_e^* \omega_e$, получим для первого слагаемого

$$m_e r_e^* \omega_e \cdot r_e = m_e r_e c^* = \hbar, \quad (18.2.10)$$

что согласовано с определением (13.6.9) термодинамического заряда. Будем r_e^*

называть термодинамическим радиусом, а c^* – термодинамической скоростью света. Для второго слагаемого в квадратных скобках получим

$$m_e r_e^* \omega_e \cdot ct = m_e r_e c^* ct = \hbar, \quad (18.2.11)$$

Вместо (18.2.9) получим

$$m_e r_e^* \omega_e \frac{d}{dt}(x_1 \cdot \varphi_1) = \frac{c\mu \sin \omega t}{r_e^2 + \mu^2 \sin^2 \omega t} (\hbar + m_e c^* ct) \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right]. \quad (18.2.10)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках задает тепловую, а второе слагаемое – электрическую энергию световой волны.

III. Повторим кратко сказанное

1. Световая волна – это продольная волна в газоподобной среде – эфире-1. Характеристики этой газоподобной среды приведены выше. Отметим, что все они имеют в своей размерности радиан. Физически это означает, что все они характеризуют некоторое вращение, математически это означает, что все они на самом деле псевдовекторы.

2. Световая волна характеризуется переменной амплитудой при квадратной скобке. Синусоидальный характер этого коэффициента в эксперименте создает впечатление поперечности световой волны, которая на самом деле описывает продольное винтовое движение. Период колебаний выделяет фотон из волнового движения.

§ 19. КОСМИЧЕСКИЙ ФОН – ЭТО ЖИДКАЯ ФАЗА ЭФИРА

Из предложенного выше подхода следует, что свободный эфир является идеальным газом, который будем называть эфир-1 (или просто эфир), чтобы отличать его от эфира-2, частицы которого, вращаясь, создают частицы эфира-1. Была вычислена граничная температура, теплота и энтропия, при которой изменяется фазовое состояние эфирного газа, он переходит из газоподобного состояния в состояние «перегретого пара» или, лучше сказать, плазмы. Этим фазовым переходом, в частности, объясняется известный опыт Парселла и Паунда [49], в котором при очень высокой температуре спины частиц в магнитном поле меняли свое направление на противоположное. Ранее для объяснения этого эксперимента приходилось предполагать, что за бесконечностью высокой положительной температурой лежит область отрицательных температур, попадание в которую якобы и приводит к упомянутым эффектам. С предложенной точки зрения результаты эксперимента Парселла и Паунда показывают, что при граничной температуре увеличение теплоты приводит к увеличению энтропии и эфирный газ переходит в перенасыщенное состояние, в котором изменяется характер зависимости энтропии от температуры, как это имеет место, например, для воды.

Свойства фонового излучения, обнаруженного Пензиасом и Вильсоном [51]

приводят к выводу, что существует и нижняя граничная температура, при которой убывание теплоты приводит к уменьшению энтропии и переходу газоподобного эфира в состояние, аналогичное жидкой фазе. Данная статья посвящена рассмотрению этого вопроса.

1. Фазовые переходы эфира

Приведем уточненные данные, характеризующие газоподобный и жидкостиподобный эфир. Характеристики термодинамического поля были сформулированы нами в механических терминах, в которых они и будут воспроизводиться ниже. Для пояснения параллельно те же самые величины будут приведены в ныне принятых размерностях.

Мы исходим из того, что свободное межзвездное пространство заполнено в основном газоподобной средой, которую мы по традиции называем эфиром, хотя характеристики этой среды могут и отличаться от представлений XIX века. Отметим, что многие электрические свойства веществ могут быть истолкованы, как свойства эфира, их пронизывающего. Свойства «вещественного» эфира, конечно в общем случае отличны от свойств эфира межзвездного пространства, характеристики которого мы приводим ниже и который будем называть свободным. Граничная температура, при которой свободный газоподобный эфир переходит в перенасыщенное состояние,

$$T_0 = 1.147 \times 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с} = 5.9299 \times 10^9 \text{ К.} \quad (19.1.1)$$

Точке (19.1.1) соответствует теплота

$$\omega_0 = 7.7634 \times 10^{20} \text{ рад/с.} \quad (19.1.2)$$

Теплота с предлагаемой точки зрения определяется частотой колебаний термодинамического заряда, имеющего размерность $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с} \cdot \text{рад}$ и по модулю совпадающего с постоянной Планка. Так что соответствующая тепловая энергия равна

$$\hbar\omega_0 = 8.1871 \times 10^{-14} \text{ Дж.} \quad (19.1.3)$$

Энтропия в момент фазового перехода

$$L_0 = 6.7061 \times 10^{24} \text{ рад}^2/\text{м}^2. \quad (19.1.4)$$

Предложенный выше подход дает возможность говорить о термодинамических свойствах и, в частности, о температуре отдельных частиц. Равенства (19.1.1)–(19.1.4) характеризуют частицу газоподобного эфира в момент его перехода в «плазменное» или «перенасыщенное» состояние. Эти термины носят условный характер и не должны вводить читателя в заблуждения. Плазменное состояние эфира, как и используемое ниже его жидкостиподобное состояние могут, конечно, существенно отличаться от плазмы и жидкости в привычном

смысле.

Газоподобный эфир обладает многими свойствами идеального газа. В частности, при возрастании температуры в области значений, меньших T_0 , энтропия зависит от температуры логарифмически

$$\Delta S = S_1 \ln(T/T_1), \quad T_1 < T < T_0, \quad (19.1.5)$$

где T_1 – граничная температура перехода газоподобного эфира в фазу, аналогичную жидкой, а S_1 – энтропия в момент такого перехода.

Хотя это и не будет использовано в дальнейшем, отметим, что выпуклый (вверх) характер логарифмической функции является причиной того, что сумма двух объемов газа с разными температурами имеет энтропию, большую, чем средняя сумма двух энтропий этих объемов: прямая, соединяющая две точки графика выпуклой функции лежит ниже ее графика. Другими словами, утверждение о неизбежности возрастания энтропии для данного вещества при суммировании его объектов есть следствие выпуклости функции зависимости его энтропии от температуры. Для идеального газа, которым является газоподобный эфир, и для всех веществ, которые участвовали в экспериментах, легших в фундамент соответствующей аксиомы, это, по-видимому, так. Если, однако, найдется вещество (возможно, тот же эфир в другой фазе) с другой зависимостью энтропии от температуры (например, квадратичной, т. е. вогнутой (вниз)), эксперименты с таким веществом опровергнут ныне принятый вывод: энтропия суммы двух объемов вещества с разными температурами будет меньше их средней энтропии.

Из равенства (19.1.5) мы можем найти приращение энтропии на промежутке $[T_1, T_0]$:

$$S(T_0) - S(T_1) = S_1 \ln(T_0/T_1). \quad (19.1.6)$$

Измерения показали, что температура фонового излучения

$$T_1 = 2.728 \text{ K} = 5.29 \times 10^{-14} \text{ м}^2 / (\text{с} \cdot \text{рад}). \quad (19.1.7)$$

Подставляя в (19.1.6) значения T_0 и T_1 , получим выражение для граничной энтропии перехода газоподобного эфира в жидкостиподобную фазу

$$L_1 = 1.03 \times 10^{24} \text{ рад}^2 / \text{м}^2. \quad (19.1.8)$$

Зная T_1 и S_1 , мы можем найти граничную теплоту

$$\omega_1 = T_1 S_1 = 5.45 \times 10^{10} \text{ рад/с}. \quad (19.1.9)$$

ω_1 , T_1 , S_1 характеризуют отдельную частицу эфира при переходе из газоподобного состояния в жидкостиподобное. Энергия такой частицы

$$\omega_1 = 5.72 \times 10^{-24} \text{ Дж}. \quad (19.1.10)$$

Сравним (19.1.9) с частотами, полученными для фонового излучения в эксперименте: от 3.77×10^9 рад/с до 6.28×10^{10} рад/с.

Теплота (19.1.9) довольно близка к верхней границе этого промежутка. Значит начало промежутка уже соответствует жидкостиподобному состоянию эфира. Температура фазового перехода сохраняется постоянной, так что мы можем найти энтропию, соответствующую теплоте

$$\omega_2 = 3.77 \times 10^9 \text{ рад/с.} \quad (19.1.11)$$

Эта энтропия

$$S_2 = \omega_2 / T_2 = 7.3 \times 10^{22} \text{ рад}^2 / \text{м}^2. \quad (19.1.12)$$

Зная ω_2 и S_2 , найдем

$$T_2 = \omega_2 / S_2 = 5.16 \times 10^{-14} \text{ м}^2 / (\text{с} \cdot \text{рад}) = 2.65 \text{ К.} \quad (19.1.13)$$

Температура жидкой фракции (19.1.13) ниже граничной температуры 2.728 К.

II. Повторим кратко сказанное

Попробуем провести некоторые аналогии.

1. Наиболее близким к эфиру-1 из известных веществ является гелий. Он переходит в жидкое состояние приблизительно при той же температуре, что и эфир-1. Может быть сверхтекучий гелий – это просто эфир-1.

2. Чтобы объяснить сверхпроводимость, нам приходится делать ряд весьма искусственных предположений, в частности, связанных с куперовскими парами. Судя по всему, частицы эфира-1 – это электроны, лишенные заряда, т. е. кольцевого вращения тора. Так, может быть, переход в сверхпроводящее состояние просто означает, что у электронов подавляется вращение большей окружности. Такая частица без электрического заряда будет свободно двигаться в среде, создавая магнитное поле.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ну что ж, приходит время оглянуться вокруг, поговорить о королях и капусте, жизни и смерти и о будущем нашей любимой науки. Повсеместное отступление здравого смысла перед агрессивной мистикой и физической бессмыслицей, завернутой в толстые математические одеяла, пожалуй, характеристическая черта физики XX века. И это свойство продолжает катастрофически нарастать. Единственный выход – вернуться к истокам и заново пройти все этапы иногда бесславного пути.

Не претендуя на окончательную истину, решусь высказать свое представление на эту тему.

Специальная теория относительности, по-видимому, отомрет естественным образом. С самого начала она была совершенно искусственным наростом на живом дереве электродинамики. Так что электродинамика просто отряхнет эту пыль со своих ног и пойдет дальше. Гравитодинамику, конечно, придется строить совсем заново. Хочу надеяться, что соответствующая глава этой книги составит добротное основание для новой теории. А вот с термодинамикой вопрос сложнее. Ее отцы-основатели заложили в ее фундамент хорошие валуны твердо установленных экспериментальных фактов. Исторически, конечно, именно она должна была «выстрелить» раньше электродинамики и именно от нее надо ожидать урожай в ближайшее время. Ведь недаром Планк связывал свои исследования с энтропией, и то, что в этой книге энтропия появляется в формуле Планка, стало поводом для оптимизма у автора этих строк. Короче, с термодинамикой еще предстоит разобраться, и отделение зерен от плевел займет какое-то время. В частности, нужно будет найти термодинамический аналог уравнений Максвелла. Уравнения, объединяющие электродинамику, гравитодинамику и термодинамику, стали бы завершением этой работы.

Так снимем же шляпу перед людьми, дерзнувшими не согласиться с общепринятым.

Спасибо и тебе, читатель, имевший терпение дойти до этих строк.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭФИРА

Физическая величина	Значение	Ссылка
Эфир		
Плотность свободного эфира	$\varepsilon_0 = 1.7251 \cdot 10^8 \text{ кг} \cdot \text{рад}^2 / \text{м}^3$	(3.2.11)
Сжимаемость свободного эфира	$\mu_0 = 6.4498 \cdot 10^{-26} \text{ м} \cdot \text{с}^2 / (\text{кг} \cdot \text{рад}^2)$	(3.2.12)
Волновое сопротивление эфира	$I = 1.9336 \times 10^{-17} \text{ м}^2 \cdot \text{с} / (\text{кг} \cdot \text{рад}^2)$	(3.2.13)
Кинематическая вязкость	$\nu = 8.5349 \times 10^{-8} \text{ м}^2 / (\text{с} \cdot \text{рад})$	(3.2.14)
Динамическая вязкость	$\eta = 14.7235 \text{ кг} \cdot \text{рад} / (\text{м} \cdot \text{с})$	(3.2.15)
Фазовые состояния свободного эфира а) твердая фаза б) жидкая фаза в) газоподобная фаза г) 4 состояние	в нуле градусов от 0 К до 2.728 К от 2.728 К до 5.9299×10^9 К от 5.9299×10^9 К до ?	§13, 19
Удельная энтропия эфира (энтропия одной частицы эфира)	$S_0 = 6.7061 \times 10^{24} \text{ рад} / \text{м}^2$	(13.6.4)
Зависимость удельной энтропии газоподобного эфира от температуры	$S = S_0 \ln(T/T_1),$	(17.1.9)
Электрон		
Радиус большей окружности	$r_e = 3.8616 \times 10^{-13} \text{ м},$	(6.10.4)
Угловая скорость большей окружности	$\omega_e = 7.7634 \times 10^{20} \text{ рад} / \text{с}$	(3.2.5) (6.10.3)
Скоростью вращения большей окружности	$C_e = 3.1443 \times 10^8 \text{ м} / \text{с}$	(6.10.7)
Радиус меньшей окружности	$\rho_e = 1.9308 \times 10^{-13} \text{ м}$	(6.10.5)
Угловая скорость меньшей окружности	$\Omega_e = 1.5527 \times 10^{21} \text{ рад} / \text{с}$	(6.10.6)
Скоростью вращения меньшей окружности	$c_e = 2.9979 \times 10^8 \text{ м} / \text{с}$	(6.10.7)
Протон		
Радиус большей окружности	$r_p = 2.1031 \times 10^{-16} \text{ м}$	(16.2.1)
Угловая скорость большей окружности	$\omega_p = 4.435 \times 10^{17} \text{ рад} / \text{с}$	(16.2.2)
Скоростью вращения большей окружности	$v_p = 93.2721 \text{ м} / \text{с}$	(16.2.3)
Радиус меньшей окружности	$\rho_p = 7.4355 \times 10^{-17} \text{ м}$	(16.2.10)
Угловая скорость меньшей окружности	$\Omega_p = 5.7019 \times 10^{24} \text{ рад} / \text{с}$	(16.2.11)
Скоростью вращения меньшей окружности	$u_p = 4.2397 \times 10^8 \text{ м} / \text{с}$	(16.2.12)

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуанкаре А. **О науке**. М.: Наука, 1983. С. 68–69.
2. Spencer D.E., Shama U.Y. “Gauss and electrodynamic force, The mathematical Heritage of C. F. Gauss”, *World Scientific, Conference Singapore, 1991*. P. 693–694 (1991).
3. Максвелл. Трактат об электричестве и магнетизме. Том 1–2. М.: Наука, 1989.
4. Парселл Э. **Электричество и магнетизм**. М.: Наука, 1983.
5. Седов Л.И. **Механика сплошной среды. Т. 1**. М.: Наука, 1976. С. 307–308.
6. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. **Фейнмановские лекции по физике. Т. 6**. М.: Мир, 1977.
7. Спенсер Е.Д., Шама У. “Новая интерпретация эксперимента Хейфеле-Китинга”, *Труды конгресса – 1998 “Фундаментальные проблемы естествознания и техники”*, Санкт-Петербург, 1998.
8. Реншоу К.Е. “Непосредственная проверка лоренцева сокращения”, *Труды конгресса – 1998 “Фундаментальные проблемы естествознания и техники”*, Санкт-Петербург, 1998.
9. Новые идеи в естествознании. По материалам III Международной Конференции “Пространства, время, тяготение”. 1, ч. 1, С.Пб, 1995.
10. Marinov S. **Divine Electromagnetism**. East-West, Graz, 1993. P. 82.
11. Grassman H. “Eine Theorie der Elektrodynamik”. *Annalen der Physik und Chemie*, **64**. P. 1–18 (1845).
12. Ampere A.A. *Memoires de l'Academi de Paris*, **6**. 175 (1823).
13. Whittaker E.T. “A History of the Theories of Aether & Electricity”, *Longman, Green and Co*. P. 91 (1910).
14. Пруссов П.Д. **Явление эфира. Ч. 2**. Николаев, 1994. С. 35.
15. Сахаров Ю.К. “Противоречие современных концепции излучения заряженных частиц и строения атома”, *Проблемы пространства, времени, тяготения*, С-Пб, 1997, Политехника (1997).
16. Phips T.E., Jr. “Old Physics for New”, *Apeiron, Montreal* (2006).
17. Voigt W. “Ueber das Doppler'sche Princip”, *Gött. Nachr*, **2**. P. 41-51 (1887).
18. Eichenwald A.A. *Ann. Phys, Leipzig*, 11, 1, (1903).
19. Эйхенвальд А.А. **Избранные работы**. М.: Знание, 1956. С. 9–109.
20. Эйхенвальд А.А. О магнитном действии тел, движущихся в электростатическом поле. М.: Университет, 1904. 144 с.
21. Борн М. Теория относительности Эйнштейна и ее физические основы (пер. с немецкого). Л., М.: ОНТИ, 1938. 268 с.
22. **Математическая Энциклопедия**, М.: Советская Энци-ия, 1977, с. 715.
23. Путилов К.А. **Курс физики**. Физматгиз, 1963.
24. Ацюковский В.А. **Общая эфиродинамика**. М.: Энергоатомиздат, 1990.
25. Пруссов П.Д. **Физика эфира**. Николаев, 2003.
26. Фейман Р., Лейтон Р., Сэндс М. **Фейнмановская лекция по физике. Т. 1**. М.: Мир 1877. С. 138.

27. Канарев Ф.М. **Начала физхимии микромира**. Краснодар, 2002.
28. Планк М. **Избранные труды**. М.: Наука, 1975. С. 232–233.
29. Пруссов П.Д. “Парадоксы К.П. Бутусова в “красном смещении”. *Труды конгресса – 1999 “Фундаментальные проблемы естествознания и техники”*, **1**, Санкт-Петербург, 1999.
30. Шленов А.Г. **Сопоставление теории единого поля с результатами астрофизических наблюдений. Развитие классических методов исследования в естествознании**. СПб: 1994.
31. Камке Э. **Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям**. М. Наука, 1965. Структура элементарных частиц.
32. Канарев Ф.М. **Анализ фундаментальных проблем современной физики**. Краснодар: 1993
33. Пруссов П.Д. **Явление эфира. Ч. 2**. Николаев, 1994.
34. Ключин Я.Г. “Об одном обобщении аксиоматики Бернулли”. Деп. ВИНТИ № 3100–85, 1985.
35. Newton I. “Principia”. *University of California Press*, Berkley, 1934.
36. Ацтоковский В.А. **Введение в эфиродинамику**. Деп. ВИНТИ, № 2760–80.
37. Andre K.T. “Assis, Relational”. *Apeiron*, Montreal, 1999.
38. Spencer D.E., Coutu G., Bowley W.W., Shama U.Y., Mann P.J. “The Experimental Verification of the New Gaussian Equation for the Force between Moving Charges: Overhead Welding”, *International Conference on Space, Time and Motion*. September 23–29, 1996, St. Petersburg, Russia.
39. Gerber P. “Die raumliche und zeitliche Ausberichtung der Gravitation”, *ztschr., math. und phys.*, 1898, Bd. 43, p. 93–103.
40. Gerber P. “Die raumliche und zeitliche Ausberturng der Gravitation”. *Ann. Phys.*, 1917, bd. 52, p. 415–422.
41. Heaviside O.A. “Gravitational and Electromagnetic Analogy”. *The Electrician*, 1893, p. 281–282, 359.
42. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. **Курс теоретической механики. Т.1. Статика и кинематика**. 8-е издание. М.: Наука, 1982. 352 с.
43. Mike Day. “Extracting Euler Angles from a Rotation Matrix” (2012). URL: <http://goo.gl/oTtTtZ>
44. Alemi Ardakani H., Bridges T.J. “Review of the 3-2-1 Euler Angles: a yaw–pitch–roll sequence” (2010). URL: <http://goo.gl/PgWB8k>
45. Steve Baker. “Euler Angles are Evil” (2007). URL: <http://goo.gl/EcrKFO>
46. Поль Р.В. **Оптика и атомная физика**. М.: Наука, 1966. 552 с.
47. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. **Фейнмановские лекции по физике. Т. 3, 4**. М.: «Мир», 1976. 496 с.
48. Смирнов В.И. **Курс высшей математики, т. 2**. М., Л.: Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1951. 656 с.
49. Purcell E.M., Pound R.V. “A Nuclear Spin System at Negative Temperature”, *The physical Review*, **81**. P. 279–280 (1951).

-
50. Базаров И.П. **Термодинамика**. М.: Высшая школа, 1976. 447 с.
 51. Penzias A.A., Wilson R.W. "A Measurement Of Excess Antenna Temperature At 4080 Mc/s". *Astrophysical Journal Letters* 142: p.419–421 (July 1965).
 52. Hibbeler, Russell C. "Engineering Mechanics". *Upper Saddle River, New Jersey*: Pearson Prentice Hall. pp. 314, 153. ISBN 978-0-13-607791-6. (2009).
 53. Николаев Г.В. **Непротиворечивая электродинамика. Теория, эксперименты, парадоксы**. Томск, 1997.
 54. Graneau P., Graneau N. **Newtonian Electrodynamics**. World Scientific Publishing Company, 1996. ISBN: 978-9810226817
 55. Козенко А.В., Левитан Е.П. "О Фобосе до «Фобоса»". *Наука и жизнь*, №3, с. 152-155 (1988).
 56. Про гелий

Ярослав Григорьевич Ключин
Электричество, Гравитация, Теплота –
Другой взгляд.

Ключин Ярослав Григорьевич:
Домашний адрес: Россия, 192242, Санкт-Петербург,
ул. Будапештская д. 5, к. 3, кв. 241;
Телефон: +7(812)386-13-95;
e-mail: klyushin@live.ru.